

気液二相浸透解析プログラムの開発とその適用例

仁田ソイロック(株)

正 ○ 安富 英樹

徳島大学工学部

正 山上 拓男

(株)オリエンタルコンサルタンツ

梶浦 新策

1. まえがき: 飽和-不飽和領域を一体とした浸透現象を把握する方法の一つである気液二相浸透流解析は、地盤内の浸透流に対して水のみならず空気の流れも考慮したものである。これによると、降雨の浸透(雨が降るとその全部あるいは一部は地中の空気と交換しつつ下方に浸透していく)といった現象をうまく表現できると考えられる。ここでは、空気を理想気体の法則に従う圧縮性流体として取り扱いFelton¹⁾の提案になる有限要素解析法を電算プログラム化した結果について述べる。

2. 気液二相浸透流解析: 気液二相浸透流の基礎式は液相気相それぞれに対して連続の式とダルシー則より次のように表される。

$$n \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k_{rw} \cdot k_x \cdot \rho_w g}{\mu_w} \cdot \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{rw} \cdot k_z \cdot \rho_w g}{\mu_w} \left[\frac{\partial \phi_w}{\partial z} + 1 \right] \right] \quad \dots (1)$$

$$n \frac{\partial (\rho_a S_a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_a \frac{k_{ra} \cdot k_x \cdot \rho_w g}{\mu_a} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_a \frac{k_{ra} \cdot k_z \cdot \rho_w g}{\mu_a} \left[\frac{\partial \phi_a}{\partial z} + \frac{\rho_a}{\rho_w} \right] \right] \quad \dots (2)$$

ここで、w: 液相(水)の添字, a: 気相(空気)の添字, x: 水平方向, z: 鉛直方向, t: 経過時間, n: 間隙率, S: 飽和度, k_r : 相対透過係数, k: 固有透過係数, ρ : 密度, g: 重力加速度, μ : 粘性係数, ϕ : 圧力水頭($\phi = p / \rho_w g$), p: 圧力

さらに、飽和度, 毛管圧力水頭(ϕ_c)に関して次式が成立する。

$$S_w + S_a = 1 \quad \dots (3) \quad \phi_c = \phi_a - \phi_w \quad \dots (4)$$

Felton¹⁾は S_w と ϕ_c の関係に次式を用いた。

$$S_w = \frac{\Lambda}{\Lambda + \phi_c^\beta} (1.0 - S_{wr} - S_{ar}) + S_{wr} \quad \dots (5)$$

ここで、 Λ, β : Verma & Brutsaert²⁾の定数, S_{wr} : 残留水の飽和度(Residual water saturation), S_{ar} : 残留空気の飽和度(Residual air saturation)である。

また、空気の密度と圧力の関係は次式で表される。

$$\rho_a = \frac{P_{abs}}{RT} \quad \dots (6) \quad \text{ここで、} P_{abs}: \text{絶対空気圧}(P_{abs} = P_{atm} + P_a), P_{atm}: \text{大気圧}, P_a: \text{ゲージ圧力}, R: \text{気体定数および} T: \text{絶対温度。}$$

式(3)~(6)を式(1), (2)に適用すれば、最終的に気液二相浸透流の支配式が液相気相各々に対して次のように得られる。

$$-n \Lambda \beta S_c [A + \phi_c^\beta]^{-2} \phi_c^{\beta-1} \frac{\partial \phi_c}{\partial t} = \frac{\rho_w g}{\mu_w} \left[\frac{\partial k_{rw} k_x}{\partial x} \left[\frac{\partial \phi_a}{\partial x} - \frac{\partial \phi_c}{\partial x} \right] + k_{rw} k_x \left[\frac{\partial^2 \phi_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_c}{\partial x^2} \right] \right. \\ \left. + \frac{\partial k_{rw} k_z}{\partial z} \left[\frac{\partial \phi_a}{\partial z} - \frac{\partial \phi_c}{\partial z} \right] + \frac{\partial k_{rw} k_z}{\partial z} + k_{rw} k_z \left[\frac{\partial^2 \phi_a}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi_c}{\partial z^2} \right] \right] \quad \dots (7)$$

$$n \frac{\rho_w g}{RT} \left[1 - \frac{S_c A}{\Lambda + \phi_c^\beta} + S_{wr} \right] \frac{\partial \phi_a}{\partial t} + n \rho_a \Lambda \beta [A + \phi_c^\beta]^{-2} \phi_c^{\beta-1} S_c \frac{\partial \phi_c}{\partial t} = \frac{\rho_w g}{\mu_a} \left[k_{ra} k_x \frac{\rho_w g}{RT} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial x} \right. \\ \left. + \rho_a \frac{\partial k_{ra} k_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial x} + \rho_a k_{ra} k_x \frac{\partial^2 \phi_a}{\partial x^2} + k_{ra} k_x \frac{\rho_w g}{RT} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial z} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial z} + 2 k_{ra} k_z \frac{\rho_a \cdot \rho_w g}{\rho_w RT} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial z} \right. \\ \left. + \rho_a \frac{\partial k_{ra} k_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial \phi_a}{\partial z} + \rho_a \frac{\rho_a}{\rho_w} \cdot \frac{\partial k_{ra} k_z}{\partial z} + \rho_a k_{ra} k_z \frac{\partial^2 \phi_a}{\partial z^2} \right] \quad \dots (8)$$

ここに、 $S_c = (1 - S_{wr} - S_{ar})$ である。式(7), (8)をガラキン法により離散化し、両者を連立させることで未知量 ϕ_c および ϕ_a を求めることができる。

3. 適用例： 気液二相浸透流の有限要素解析による解の妥当性を検証するため、まず、水の流れのみを考慮した鉛直一次元浸透問題に対して解析を行い、Khaleel³⁾の結果と比較した。これは、初期飽和度 $S_w = 0.48$ ($\phi_c = 6.66\text{m}$) を持ったモデルにおいて地表面に水が与えられ、そこでの境界条件が $\phi_c = 0.0\text{m}$ となった場合の飽和度の変化状況を見たものである。

用いた物性値は間隙率 $n = 0.5$ 、固有透過係数 $k = 1.085 \times 10^{-14} (\text{m}^2)$ であり、帯水層の温度は 20.0°C とした。なお、モデルの大きさは幅 0.2m 、深さ 1.2m であり、底面および両側面は不透水境界とした。図-1 に不飽和浸透特性を、図-2 に飽和度分布の経時変化を示す。本プログラムによる結果はKhaleelのそれと良好な一致を示している。次にPhuc and Morel-Seytoux⁴⁾やKhaleelによってシミュレートされている二相浸透問題を取り上げた。これは、地表面に図-3 に示す降雨条件が与えられたものである。用いたモデルを図-4 に、また不飽和浸透特性を図-5 に示す。初期条件に $\phi_a = 0\text{m}$ (大気圧)、 $\phi_c = 0.35\text{m}$ ($S_w = 0.3$) を与え、底面および両側面は空気も通さない不透水境界として非定常解析を行った。図-6 に飽和度分布の経時変化をKhaleelの結果と共に示す。本プログラムによる結果はKhaleelのそれと十分な適合性を示しており、本プログラムの妥当性が検証できたといえよう。

4. おわりに： 多孔体中の飽和-不飽和浸透流を、気液二相浸透流として取り扱った有限要素解析を行った。そして、Khaleel

の結果と比較したところ良好な結果を得た。今後、実験値との比較を行うなどさらに検討しなければならない。

【参考文献】

- 1) Felton, G.K. : Simulation of two-phase flow through porous media using the finite element method, Ph.D.thesis, Texas A&M Univ., 1987.
- 2) Verma, R.D. and W.Brutsaert : J. Hyd. Div., ASCE. Vol.96(hy6), pp.1331~1344, 1970.
- 3) Khaleel, R. : Numerical simulation of two-phase flow and dispersion in saturated-unsaturated porous media, Ph.D.Thesis, Texas A&M Univ., 1977.
- 4) Phuc, L.V. and H.J.Morel-Seytoux : Proc. Soil Sci. Soc. Am., Vol.36, pp.237~241, 1972.

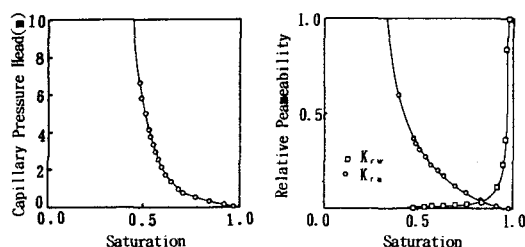


図-1 不飽和浸透特性

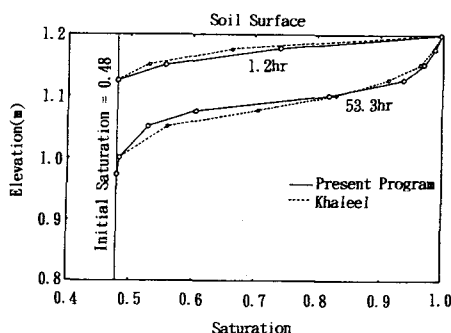


図-2 解析結果(一相不飽和浸透流)

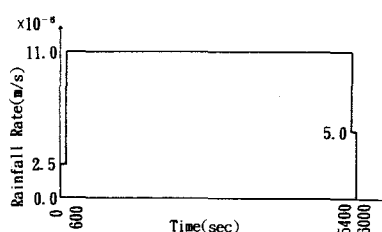


図-3 降雨条件

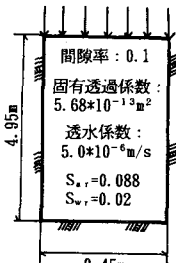


図-4 解析モデル

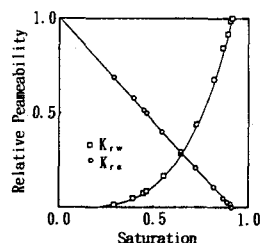


図-5 不飽和浸透特性

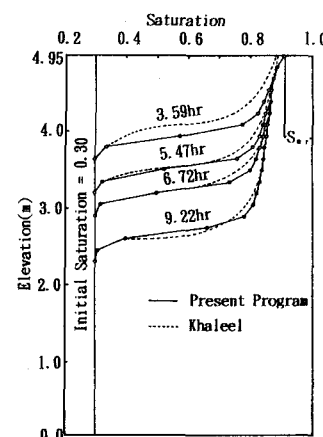


図-6 解析結果(気液二相流)