

大変形解析のための流動要素法 (FLEM) のプログラム開発

鳥取大学大学院 友谷 英明 鳥取大学工学部 木山 英郎
鳥取大学工学部 藤村 尚 鳥取大学工学部 西村 強

1. はじめに

流動要素法 (Flow-Element-Method, FLEMと呼ぶことにする) とは, DEMの基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして, 各要素の自由な大変形を許しながら要素間の連続性を保持し, 全体としての大変形から流動までを解析できる手法である (基本原理はCundallのFLAC(1988)を参考にした). その特徴は, 要素分割や要素の構成則に従った節点力の誘導はFEMの手法を用い, これによって生じる節点力の不平衡は, 質量を有する節点 (隣接要素の質量を各節点に負す) が, 節点力の不平衡を解消する方向に運動方程式に従って運動する過程をDEMと同様の時間差分により解析するところにある. 本文では, FLEMの原理について概説するとともに, 解析例を示す.

2. FLEMの概要

図1に示すように任意節点*i*とそれを取り囲む4つ要素 (要素番号*j*) が微小時間内に移動することに対して, 節点変位増分 ($\Delta u_i, \Delta v_i$)^{*j*} から, 要素剛性による拘束力をFLEMによって, 節点力増分 ($\Delta F_{xi}, \Delta F_{yi}$) として算定する.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_{xi} \\ \Delta F_{yi} \end{bmatrix} = [K_i^j] [\Delta u_1^j, \Delta v_1^j, \dots, \Delta u_4^j, \Delta v_4^j]^T \quad (1)$$

ここに, $[K_i^j]$ は要素*j*の変形とともに, Δt ごとに変化する要素剛性マトリックス $[K^j]$ の節点*i*に関与する部分マトリックスであり, $[B^j]$ を節点変位ひずみマトリックス, $[D]$ を弾性マトリックスとすると $[K^j]$ は次式で与えられる.

$$[K^j] = \int [B^j]^T [D] [B^j] dx dy \quad (2)$$

つぎに, 節点*i*が関与している全ての要素*j*について上記節点力増分値の和を求める.

$$\Delta F_{xi} = \sum_{j=1}^4 \Delta F_{xi}^j \quad \Delta F_{yi} = \sum_{j=1}^4 \Delta F_{yi}^j \quad (3)$$

任意節点*i*はこの節点に関与する要素*j*の質量の1/4ずつが集められた質量 m_i を有する質点として次の運動方程式を満たしながら運動する.

$$m_i \ddot{u}_i + \eta \dot{u}_i + F_{xi} = m_i g_x + f_{xi} \quad m_i \ddot{v}_i + \eta \dot{v}_i + F_{yi} = m_i g_y + f_{yi} \quad (4)$$

ここに, F_{xi}, F_{yi} は節点*i*に生じている変位抗力 (節点力とよぶ) である. f_{xi}, f_{yi} は節点に直接作用する外力である. g_x, g_y は重力加速度の成分である.

式(4)において, 加速度を未知数に見立てて, 要素毎に陽形式差分で解き, これによって, 速度・変位増分を求め新たな節点位置を決定する手順はDEMと同様である.

3. 演算プログラムと解析例

開発したプログラムでは, 四辺形平面ひずみ要素 (あるいは平面応力要素) を用い, 4節点・4積分点要素を標準 (最高3x3=9積分点可能) としている. 図2は, FLEM解析フローチャートを示している. また, 各積分点においてモール・クーロンの基準による破壊判定が行えるようにプログラムされている. 図3は, 節点数63, 要素数48の解析モデルを示している. 要素は1辺は2cm, 積分点数4の平面ひずみ要素であり, 解析領域は16 (cm) x 12 (cm) である. 表1のような条件下で, a, b, c上の節点に-Y方向に1 (cm/sec) なる速度で強制変位を与えた. 図4は $t=2$ (sec) 後, すなわち節点a, b, cが-Y方向に強制的に2 (cm) 変位した状態である. そして図5にはその状態における最大・最小主応力の方向を示した主応力図を示す. 時間増分, 減衰係数については従来のDEMにおける経験を基に決定したが, 十分解析可能なことがわかる.

表1 解析定数

Young's modulus	$E=100$	(kgf/cm ²)
Density	$\rho=2.65$	(g/cm ³)
Poisson's ratio	$\nu=0.3$	
Cohesion	$c=10$	(gf/cm ²)
Angle of internal friction	$\phi=30^\circ$	
time increment	$\Delta t=1.0 \times 10^{-4}$	(sec)

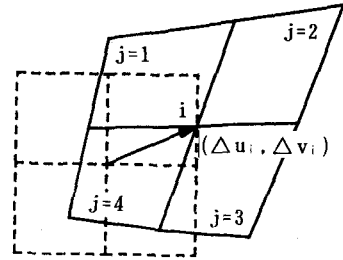


図1 節点の運動と要素の変形

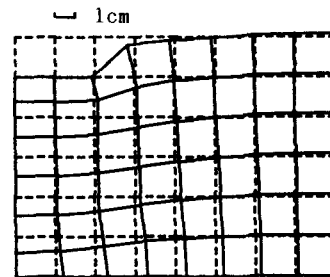
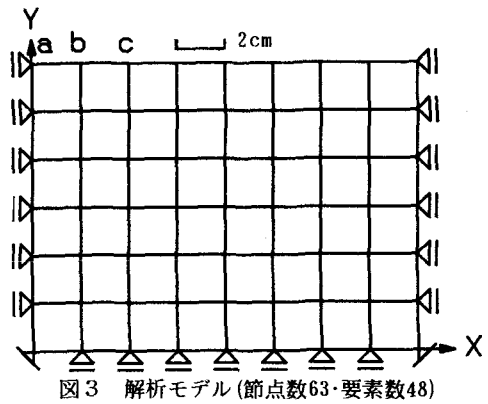


図4 変形状態 (t=2sec)

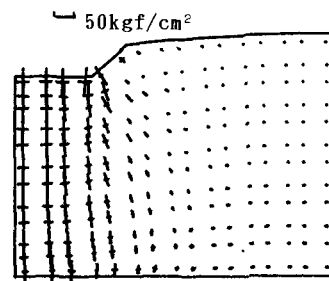


図5 主応力図 (t=2sec)

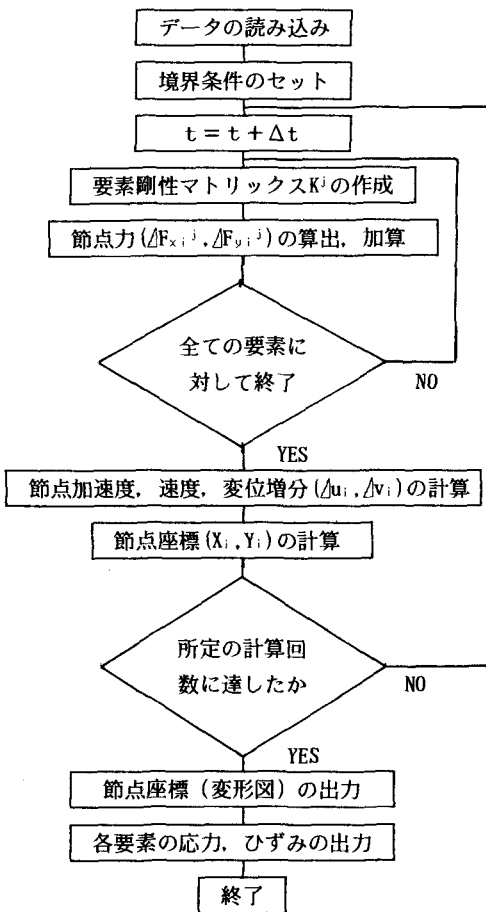


図2 FLEMフローチャート