

アダプティブ有限要素法の一手法の適用性

鳥取大学工学部 (正) 清水正喜

鳥取大学大学院 (学) ○山田光留

日本道路公団 (正) 渡邊芳弘

1. はじめに

有限要素解は誤差を含んでいる。著者ら¹⁾は、有限要素解の質を向上させるため一種の r 法 (メッシュを更新させる方法) を提案した。彼らは図1の弾性地盤上の載荷問題に対していくつかの規則的なメッシュで解き、要素数 128 の時の応力を正解と見なして誤差評価を行った。本報告は、Zienkiewicz と Zhu²⁾ の誤差推定法を用いて、提案した r 法に基づいて得た解に含まれる誤差を評価し、その方法の適用性について検討してみた。

2. 解析手法

2. 1 アダプティブ有限要素法の概略¹⁾

1) 有限要素解から要素間の応力ジャンプ量を計算する。2) 応力ジャンプ量に基づく節点力を計算し、その節点力で再び剛性方程式を解く。3) 2) で求めた変位で節点を移動させて新しいメッシュをつくる。

2. 2 Zienkiewicz と Zhu²⁾ の誤差推定子

誤差を推定するには、正解が必要である。Zienkiewicz と Zhu²⁾ の方法で正解を応力 $\{\sigma^*\}$ が (1) 式の分布を示していると仮定した。ここに $\{\bar{\sigma}^*\}$ は $\{\sigma^*\}$ の節点値、 $[N\sigma]$ は $\{\sigma^*\}$ の内挿関数。

$$\{\sigma^*\} = [N\sigma] \{\bar{\sigma}^*\} \quad \text{---- (1)}$$

$\{\bar{u}\}$ を有限要素法で得られた節点の変位、 $\{\hat{\sigma}\}$ を $\{\bar{u}\}$ から求められる応力とすると、有限要素解 $\{\hat{\sigma}\}$ の誤差 $\{e_\sigma\}$ は

$$\{e_\sigma\} = \{\sigma^*\} - \{\hat{\sigma}\} \quad \text{---- (2)}$$

で与えられる。 $\{e_\sigma\}$ の要素における重み付き残差 R_σ を 0 にする条件から $\{\bar{\sigma}^*\}$ が (3) 式のように決定できる。

$$\{\bar{\sigma}^*\} = [A]^{-1} \int_{\Omega} [N\sigma]^T [D] [B] [Nu] d\Omega \{\bar{u}\} \quad \text{---- (3)}$$

ここに

$$[A] = \int_{\Omega} [N\sigma]^T [N\sigma] d\Omega \quad \text{---- (4)}$$

$\{e_\sigma\}$ の L2 ノルム とり

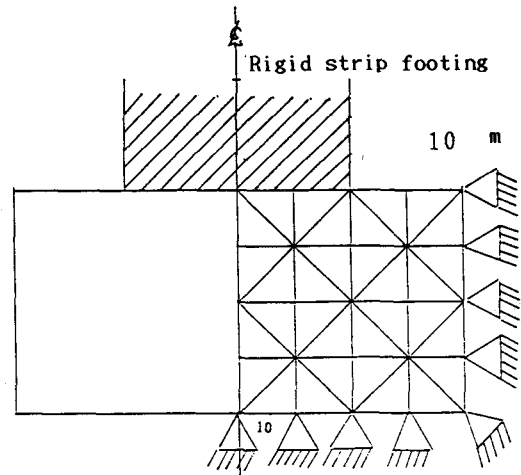


図1 解析領域と基本メッシュ

$$\|e_\sigma\| = (\int_{\Omega} \{e_\sigma\}^T \{e_\sigma\} d\Omega)^{1/2} \quad \text{---- (5)}$$

$\|e_\sigma\|$ を要素の誤差推定子とする。積分は要素で行う。

3 数値計算例

図1の問題を要素数32の場合について清水らの方法で解いた。更新されたメッシュごとに $\{\bar{u}\}$ を求め、Zienkiewicz と Zhuの方法を適用して要素の誤差ノルムを求めた。図2は、メッシュ移動回数0回と7回での要素の誤差ノルムを示したものである。誤差ノルムは要素において、増加したり減少したりしていることが分かる。図3はメッシュ移動回数7回目のメッシュ移動後の誤差ノルムを示したものである。この図では、メッシュ移動前の誤差ノルムを $\|e_\sigma\|_0$ としてそれに対する比をとっている。この図より全要素の約半数でメッシュ移動によって誤差が小さくなっていることが分かる。図4は全領域での誤差ノルムとメッシュ移動回数の関係を示す。この図より全領域での誤差はメッシュ移動回数が7回目の時に最小となった。尚、著者ら¹⁾ が用いた誤差評価の方法では6回目が最小となった。

4 結論

Zienkiewicz と Zhuの誤差推定子を用いて、著者らの方法による結果の誤差を推定した。メッシュ移動回数とともに誤差がいったん小さくなり、その後増えていくことが分かった。このことから、誤差が減少から増加に移る点をメッシュ移動の反復の打ち切りの目安にすることができる。

参考文献

1) 清水、浜岡、渡辺 (1990): 適応型有限要素法による地盤の応力変形解析、第25回土質工学研究発表会 Vol.1, pp.53-54

2) O.C.Zienkiewicz and J.Z.Zhu(1987): A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.337-357

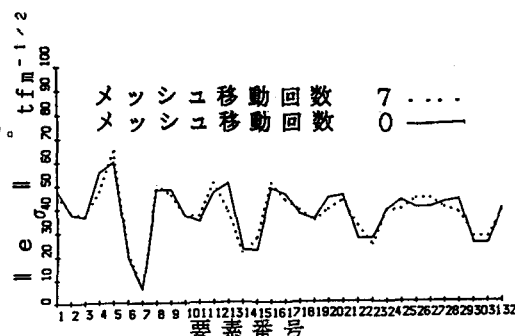


図2 メッシュ移動回数ごとの要素における $\|e_\sigma\|$

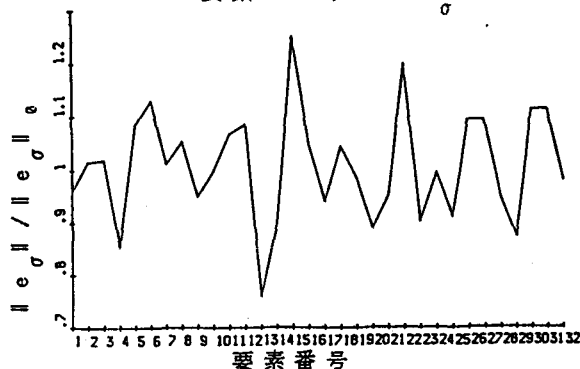


図3 メッシュ移動回数ごとの要素における $\|e_\sigma\| / \|e_\sigma\|_0$

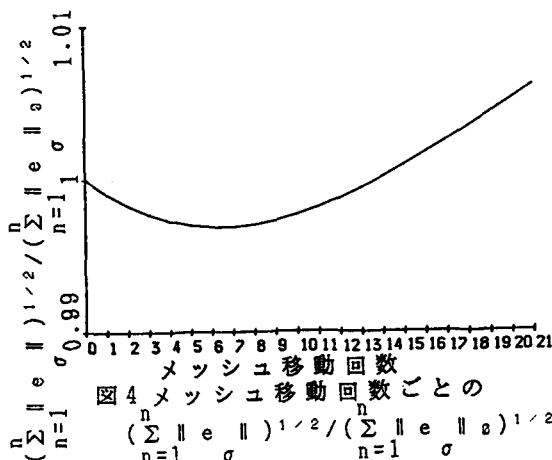


図4 メッシュ移動回数ごとの $(\sum_{n=1}^N \|e_\sigma\|)^{1/2} / (\sum_{n=1}^N \|e_\sigma\|_0)^{1/2}$