

3 三角形面要素を用いた3次元変位不連続法解析に関する研究

山口大学大学院 ○渡部智一
山口大学工学部 栗山 憲
山口大学工学部 正会員 水田義明

1. まえがき

現在、固体中の力学における数値解析法として主に有限要素法が用いられているが、入力データ数や計算時間が少ない境界要素法の利用が増えてきた。岩盤力学の分野においてはとくにクラック、断層などを含んだ不連続性岩盤のモデル化が必要とされ、また材料力学の分野でもクラック進展のモデル化が重要となっている。従来の研究では問題を2次元化して解析が行なわれてきたが、そのクラックの形状による影響を解析するためには、3次元境界面で解析を行なう必要がある。そこで本研究では、断層やクラックを境界面として記述でき、あらゆる形状の3次元境界に対応できる変位不連続解析手順を開発した。解析手法としては3次元境界面を3三角形面要素に分割し、その要素内における一様な変位不連続が周囲に及ぼす影響を取り扱う。

2. 理論

1つの3三角形面要素を考え、直角座標系0-XYZにおいて、この3三角形面要素の重心を原点とし、この3角形の面に垂直な方向をZ軸とする。変位不連続とは、要素に応力をかけたときその要素のそれぞれ表側と裏側に生じる変位のずれのことであり、x, yおよびz方向の変位不連続成分を D_x , D_y および D_z とすると、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} D_x &= (u_x)_{z=0-} - (u_x)_{z=0+} \\ D_y &= (u_y)_{z=0-} - (u_y)_{z=0+} \\ D_z &= (u_z)_{z=0-} - (u_z)_{z=0+} \end{aligned} \quad (1)$$

変位そのものの符号は座標の向きと一致するものが正である。

任意の点(x, y, z)に誘起されるZ軸方向の変位と応力は、整理すると次式のようになり、ここで、Gは剛性率、 ν はポアソン比である。

$$\begin{aligned} u_z &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \{ [(1-2\nu)f_x - zf_{xz}] D_x + [(1-2\nu)f_y - zf_{yz}] D_y + 2(1-\nu)f_z - zf_{zz} \} D_z \\ \sigma_z &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ -zf_{xzz} D_x - zf_{yzz} D_y + [f_{zz} - zf_{zzz}] D_z \} \\ \tau_{yz} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [-\nu f_{xy} + zf_{xyx}] D_x + [f_{zz} + \nu f_{xx} - zf_{yyz}] D_y - zf_{yzz} D_z \} \\ \tau_{zx} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \{ [f_{zz} + \nu f_{yy} - zf_{xxz}] D_x - [\nu f_{xy} + zf_{xyx}] D_y - zf_{xzz} D_z \} \end{aligned} \quad (2)$$

また(2)式および(3)式中の $f_x, f_y, f_z, \dots, f_{zzz}$ などは、影響関数 $f(x, y, z)$ について添え字の方向に偏微分したものである。この影響関数は次式で表される。

$$f(x, y, z) = \iint_{\Delta} \frac{1}{\sqrt{[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2]}} d\xi d\eta \quad (3)$$

従って、三角形面要素内に変位不連続が存在するとき、(1)式～(3)式によって、任意の点(x, y, z)に誘起される変位および応力が計算される。

3. 解析手順

解析モデルをいくつかの要素に分割すると一般にそれら各要素の位置、形、大きさおよび方向は要素ごとに異なるため、各要素の変位不連続成分は、各要素固有の座標系で表される。モデルをN個の要素に分割し

たとき要素 i ($i = 1 \sim N$) によって要素 j の重心に誘起される変位や応力は、要素 i の座標系で表わされているので、要素 j の重心において要素の面に作用する三つの応力成分は、まとめると次式で与えられる。ここで、要素 j ($j = 1 \sim N$) について

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{zzj} \\ \tau_{yzj} \\ \tau_{zxj} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^N [T_{ji}] [S_{ji}] \begin{Bmatrix} D_{xi} \\ D_{yi} \\ D_{zi} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで $[T_{ji}]$ は要素 j の重心における変位や応力状態を要素 j 自身の座標成分で表わす時に示されるマトリックスであり、 $[S_{ji}]$ は(2)式の各変位不連続成分による影響係数をマトリックス表示したものである。

4. 解析例

図 1 に示す半径 2 m の球形空洞モデルについて解析を行ない、要素分割数は 120 とした。岩盤のヤング率は 4 GPa、ポアソン比は 0.25 とし、一軸応力状態と三軸応力状態を設定して解析を行なった。まず一軸応力状態を設定して $P_z = -10\text{MPa}$ とした。要素の岩盤に向う方向を Z 軸の正の向きにとり、要素に誘起される変位 U_z と厳密解を比較した。比較対象の要素は、要素番号 1, 13, 14, 37 および 38 である。次に、三軸応力状態を設定して $P_x = P_y = P_z = -10\text{MPa}$ とし、同じ要素番号の要素について厳密解と比較を行なった。それぞれの結果を表 1 に示した。また、空洞開削によって空洞から離れた点に誘起される応力を計算してそれらを厳密解と比較をした。計算した点は、全体座標の Z 軸上, 3, 4, 5, ..., 60 m の点である。一軸応力状態、三軸応力状態のそれぞれの計算結果と厳密解をグラフにして図 2, 3 に示す。

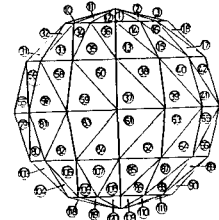


図 1 球面の分割モデル

表 1 空洞壁面の変位の計算結果と厳密解の比較

一軸応力状態			三軸応力状態	
要素番号	計算結果	厳密解	計算結果	厳密解
1	-0.4315053D-02	-0.4362922E-02	-0.3410205D-02	-0.3125E-02
13	-0.1886724D-02	-0.1604002E-02	-0.3592439D-02	-0.3125E-02
14	-0.2143112D-02	-0.2645541E-02	-0.3465296D-02	-0.3125E-02
37	0.3011648D-03	0.7634242E-03	-0.3720821D-02	-0.3125E-02
38	0.1451497D-03	0.2066971E-03	-0.3675284D-02	-0.3125E-02

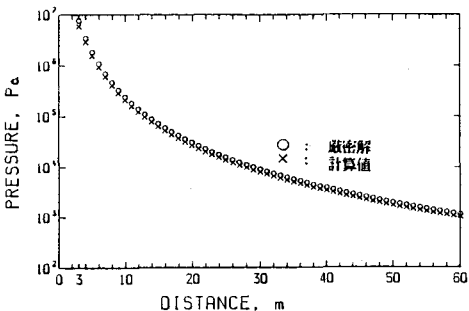


図 2 一軸応力により誘起された応力

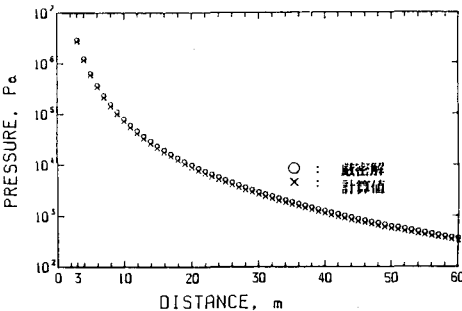


図 3 三軸応力により誘起された応力

5. あとがき

本研究では、従来2次元で行なわれていた変位不連続法による解析を3次元に拡張するために、3角形面要素を用いた3次元解析手順を開発し、球形空洞モデルについて解析を行ない、その結果を厳密解と比較した。解析モデルでは3角形面内の各変位不連続成分を一定と仮定しているが、それでも厳密解とかなり近い値を得た。分割数を多くして解析を行なうと、さらに厳密解に近づくと思われる。