

クノイド波理論の統一化に関する研究

愛媛大学工学部 正員 山口正隆
宇和島市役所 正員 ○ 渡辺 治

1. まえがき:磯部(1985)により示唆された波速の定義式を用いることによって, Tsuchiya & Yasudaのクノイド波理論がChappelearの理論から導かれることを示し, 従来の研究成果と合わせて, 既存のクノイド波理論の統一的表示がChappelearの理論により可能であることを明らかにするとともに, 波特性・波平均量, さらにshoaling・屈折変形に関して従来のクノイド波理論との関連を数値計算に基づき考察する。

2. 波特性・波平均量の誘導: Tsuchiya & Yasudaの理論では波速が特性曲線の傾きとして数学的に導かれるものとしている。これは静水状態を波速 c^m で動く移動座標系から観察した場合の底面におけるBernoulli定数($C=gD+(c^m)^2/2$)を波動場におけるそれと等置することに相当すると解釈され, 波速の第3定義と称すべきものであることが磯部(1985)により示唆されている。これによると, Tsuchiya & Yasudaの理論における波速が次式のように導かれる。

$$c^m/\sqrt{gD}=1+L_0(1+\kappa^2)+3L_3+(1/10)L_0(13+17\kappa^2+13\kappa^4)+3L_0L_3(1+\kappa^2)-3L_3^2+(1/70)L_0^3(179+372\kappa^2+372\kappa^4+179\kappa^6)+(3/10)L_0^2L_3(37+53\kappa^2+37\kappa^4)+9L_0L_3^2(1+\kappa^2)+9L_3^3 \quad (1)$$

ここに, κ : 楕円関数の母数, L_0 (Chappelearの原論文における L_1-L_3)および L_3 : 微小展開パラメータ, である。Tsuchiya & Yasudaの解における波速および水平水粒子速度は第1定義のChappelearの解におけるそれぞれに正の定数項を付加した形をとる。この関係を考慮すれば, 第3定義の波平均量が第1定義の解より導かれる。ただし, 第1定義に基づく理論では第4次近似解の流速成分に関する一周成分が0であることを利用して, 第3次近似解から $O(L_0^4)$ まで質量フラックス M_E^1 が計算されるのに対し, 一様流成分が存在するTsuchiya & Yasudaの理論では上述の関係が成立しないので, M_E^m の計算は $O(L_0^3)$ にとどまる。また, $t=0$ で初期位置(x_0, z_0)として求めた水粒子の軌跡から質量輸送速度を求めると, 水平方向質量輸送速度は鉛直分布を有するのみならず, $\sin^2 \alpha_0$ の項の存在により水粒子の初期位置に依存し, 鉛直方向の質量輸送が生じる。

これらはいずれも物理的に不合理であることから, Stokes波の第3次近似解の軌跡計算と同様に, 逐次近似に基づく軌跡計算法は高次近似への拡張に際して欠陥を示す。ただし, $t=0$ において初期位置を $x_0=0$ とすれば, 見掛け上合理的な値を与える。

3. 波特性・波平均量の考察: 図-1は波速に関する実験結果を, L_0 表示によるクノイド波の第3次近似解と比較したものである。第3定義による波速は第1定義による波速に正の一様流成分を加えたものであるから, 第1定義による波速より若干大きい値をとる。また, $T\sqrt{g/D}$ の値が相対的に小さい場合に対する岩垣・山口の実験結果は第2定義の波速とよく対応し, $T\sqrt{g/D}$ の値が大きい場合に対するTsuchiya & Yasudaの実験結果は, 第1定義および第3定義の波速と比較的よく一致する。これは, それぞれの波速の定義が意味する物理的条件を近似的に満足するような実験が行われているためであろう。図-2は波の峯における水平水粒子速度 u_c の鉛直分布について合田, 土屋・山口の実験結果と比較したものである。第3定義の水平水粒子速度についても波速と同様,

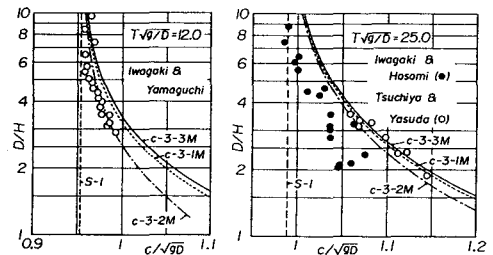


図-1

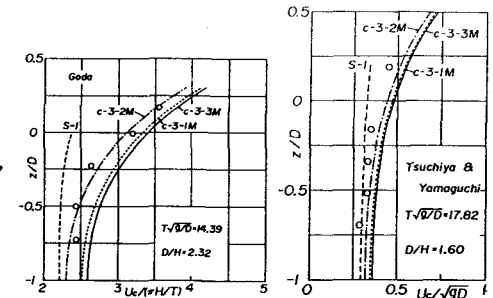


図-2

第1定義の水平水粒子速度に正の一樣流成分が加わるので、第1定義の結果より大きい、その差は比較的小さい。また、理論は実験結果と比較的良好な対応を示すが、実験結果はばらつきが大きく、波速の定義法の影響を明確にできるほどの精度をもたない。図-3は水粒子の軌跡に及ぼす波速の定義法の影響を示したものである。この影響は鉛直成分にはほとんど現れず、水平成分において、第3定義による結果が第1定義によるものに比べて波の進行方向へ若干大きな移動を示す。図-4は波速の第1定義と第3定義のクノイド波理論に基づく波平均量と D/H の関係を、 $T\sqrt{g/D}$ をパラメータとして図示したものであり、'—'は微小振幅波による結果で無次元化されていることを表す。第3定義の理論による質量フラックス以外の波平均量は相互にあまり異ならないのに対し、質量フラックスには一樣流成分の影響が顕著に現れるので、第1定義によるものより最大50%程度大きい。

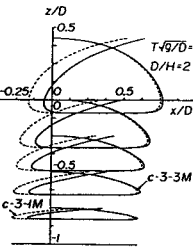


図-3

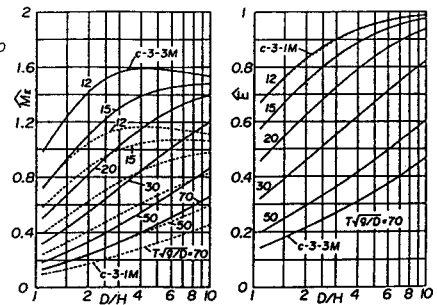


図-4

4.shoaling・屈折変形の解析:質量輸送に伴うもどり流れを考慮するかぎり、shoalingに及ぼす波速の定義法の影響は第1定義および第2定義の場合と同様存在しない。図-5はStokes波の第4次近似解により沖波特性を評価した場合のクノイド波の第3次近似解 (L_0 表示)に基づくshoaling ($\theta_0=0^\circ$)・屈折変形 ($\theta_0=30^\circ$, 流れなし)の計算結果を図示したものであり、両定義の理論に基づくshoalingの計算結果は完全に一致する。一方、屈折変形の場合には波速の定義法の影響が現れるが、その影響はほとんど無視される程度である。

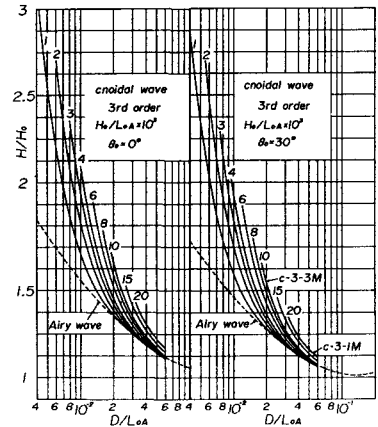


図-5

5.クノイド波理論の統一化:山口ら(1990,1991)および本研究の成果を総括すれば、2パラメータ表示のChappelearのクノイド波の第3次近似解から、従来のすべての第3次近似解が導かれることが明らかとなったので、クノイド波理論の統一化が実現される。図-6は従来のクノイド波理論間の相互関係をまとめたものである。

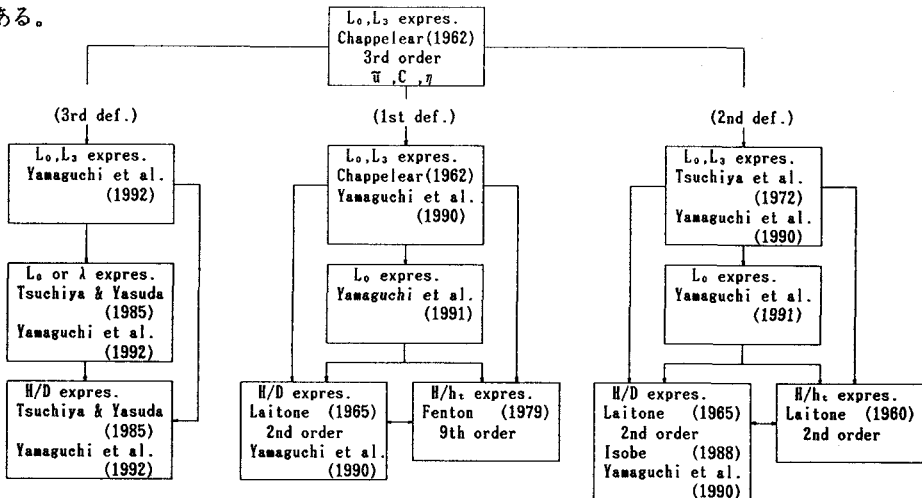


図-6