積分方程式による不透過潜堤上の波の変形計算

鳥取大学　学　○石田明雄　正　松見吉晴・木村　晃

1．まえがき

最近，面的攻防工法の一環として，幅広潜堤が各地で計画施工されている．潜堤の消波効果については，ポテンシャル接続法，緩勾配方程式，長波理論，さらにはエネルギーフラックス法等に基づく計算法が開発されている．また，潜堤上の砕波を含んだ波浪変形計算が，砕波によるエネルギー減衰項を基礎式に導入して解析が進められている．潜堤被覆ブロックの安定解析については，実験的な検討が主である．本研究は，砕波及び非砕波時の潜堤表面の圧力分布特性からブロックの安定性を検討できる解析手法の開発を目的として，ドナルドらの方法と同様グリーンの公式を用いて得られる積分方程式に境界要素法を適用した方法を，一様斜面上に設置された潜堤周辺の波浪変形計算に拡張するものである．

2．解析方法の概要

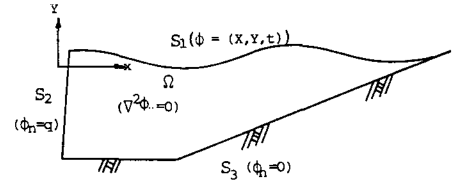
(1)基礎式：速度ポテンシャル $\phi=\phi(x_0,y_0,t_0)$ が存在する非圧縮，非粘性の流体で満たされた２次元単連結の閉領域 Ω 内の非回転流れを考える（図－１，(x,y) は直交座標系でy軸は鉛直上向きを正とする）．ここで，非圧縮性流体の質量保存則より成り立つラプラスの式を，２次元問題に関する基本のグリーン関数を用いてグリーンの公式を適用すると次式を得る．

$$C_p\Phi(x_0\,,\,y_0\,,\,t_0)=\int_S\left[-\Phi(\ln R)_n+\Phi_n \ln R\right]ds \qquad (1)$$

ここに，s は境界要素の長さであり，また

$$R=\sqrt{\left\{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right\}} \qquad (2)$$

$$C_p=\begin{cases}0 & (x_0\,,\,y_0)\ \notin \Omega\\ \pi & (x_0\,,\,y_0)\ \in S\\ 2\pi & (x_0\,,\,y_0)\ \in \Omega\,,\ \notin S\end{cases} \qquad (3)$$



図－１　計算領域と座標軸の決定

である．式(1)はストークスの定理を用いて面積分を線積分に変換して求められたものである．なお，添字の 0 は流体場の注目する点を表し，n は境界上の法線方向微分値である．式(1)から分かるように，境界条件として ϕ,ϕ_n が与えられれば，流体内の任意の点の速度ポテンシャルが求まることになる．

(2)境界要素法：図－１に示すような連続的な境界を線積分することは非常に難しく，また境界上のポテンシャル値 ϕ および ϕ_n も境界上で連続的な分布関数となっている．このような境界における線積分を数値計算として簡単に行えるようにするための手法が境界要素法である．この手法を用いるにあたり式(1)の線積分を簡単な和の形に（離散化）したのが次の式(4) である．

$$\pi\Phi^i+\sum_{j=1}^{N}\Phi^j\left[\int_{S^{j-1}}(\ln R)_n ds+\int_{S^j}(\ln R)_n ds\right]=\sum_{j=1}^{N}\left[\Phi_n^{j-}\int_{S^{j-1}}(\ln R)ds+\Phi_n^{j+}\int_{S^j}(\ln R)ds\right] \qquad (4)$$

ここに，N は総節点数である．式(4)は $\phi^j,\phi_n{}^j$ に対する１次方程式となっているので，i=1 から N までの同様な式を立てることにより，N×N の係数マトリックスを持つ N次元連立方程式が得られる．この連立方程式を解くことにより，水面上の ϕ_n および水底と運動境界（造波板）上の ϕ を求めることが出来る．

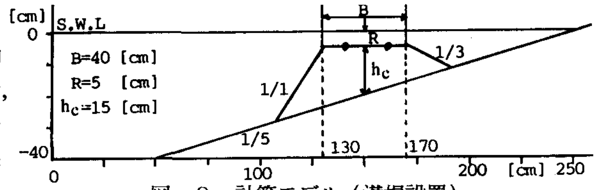
(3)時間発展問題：自由表面における初期条件を t=0 において

$$\Phi(x\,,\,y\,,\,t)=0 \qquad \text{on } S_1 \qquad (5)$$

として，運動境界 S_2（造波板）を動かすことにより造波した場合を考える．いま $t=n\Delta t$ において流体の運動が全て分かっているものとする．$t=(n+1)\Delta t$ における水面上の第 j 節点の x 方向座標値 $X^{j,n+1}$ は，$t=n\Delta t$における座標値 $X^{j,n}$ 周りの時間に関する Taylor展開 より求めることができる．この計算を繰り返すことで時間ステップを進めてよい．また，y方向座標値 Y および速度ポテンシャル値 ϕ についても同様の方法で求められる．

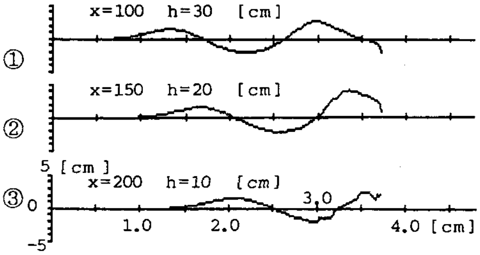
3．解析例

解析において与える条件は，造波板の運動および潜堤の形状と大きさである．ここでは，図－２に示す計算モデルと，潜堤のない場合について，造波板の振幅 35mm 周期 1.79sec とした計算結果の１例を示すことにする．

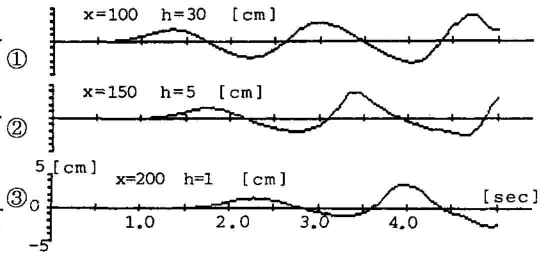


図－２　計算モデル（潜堤設置）

(a)水位変動：図－３および４は，それぞれ一様斜面および潜堤周りの水位変動の時間変化を示したもので，図中 x は造波板からの距離，h はその位置での水深を表す．まず 図－３ より一様斜面上の波高の空間変化を見ると，shoaling による波高の増大が再現されている（図－３ ①～③）．一方，図－４ の潜堤の計算結果では，潜堤の前面から背後にかけて波の谷が徐々に浅くなり，潜堤による波の非線形性が再現されている（図－４ ①～③）．

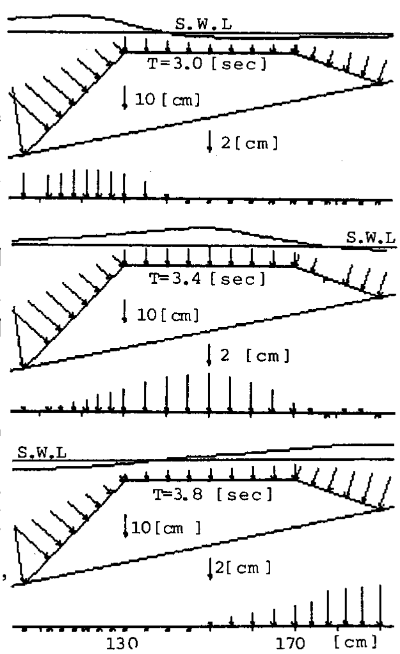


図－３　水位変動の時間変化（一様斜面）



図－４　水位変動の時間変化（潜堤設置）

(b)圧力分布：流体場の任意の点における圧力は，式(4)によって得られた境界上の 速度ポテンシャル値 より得ることが出来る．解析方法の詳細については，紙面の制約上講演時に説明する．図－５は，潜堤上の圧力を長さの次元に変換した分布と，その時の水面波形を同時に示したもので，各図の下端に示す矢印は，実際に作用する圧力から静水圧を差し引いた堤体上の圧力（以下波圧と呼ぶ）分布を示す．この図から明らかなように，堤体の沖側法面の波圧の時間変化を見ると，波峰が近づき通り過ぎる間は下向きに正の圧力，谷が近づき通り過ぎるまでの間は上向きに負の圧力がそれぞれ作用していることが分かる．この圧力の時間変化は，実験でも検証されている[3]．



図－５　圧力分布

4．まとめ

以上述べたように，境界積分方程式に基づいて不透過潜堤上の波の変形および波圧分布が算定できることが明らかになった．今後は，透過潜堤を対象とした浸透層を境界にもつ潜堤上の被覆ブロックの安定解析に当たっての応用へ，研究を進めて行く予定である．最後に，本計算を進めるに当たり貴重な御助言を頂いた，大阪工業大学後野助教授に謝意を表します．

《参考文献》

1)Donald,J,W. and D.H.Peregrine : Steep unsteady water waves-An efficient computational scheme, Proc.19th I.C.C.E.,pp.955-967,1984

2)後野正雄：海岸・港湾構造物に働く衝撃波力に関する基礎研究，大阪大学博士論文，pp.41-63，1988.1

3)宇多ら：人工リーフの機能と設計法，建設省土木研究所資料　第2696号，pp.38-62，1988.12.