

二次元河床変動シミュレーションに関する研究

愛媛大学 工学部 正 員 鈴木 幸一
J R 四国 正 員 鈴木 悟
大成建設(株) 正 員 〇猪熊 良介

1. 緒言 最近、河口部・湖・貯水池など広い水域に土砂が流出する場合や河川湾曲部のように水の流れが河川横断方向に一樣でないような二次元的な河床変動の解析はを目的にして二次元場の流速を数値解析する多くの試みがなされているが、非線形項の差分化など安定的な計算を行うために検討すべき点も多い。本研究では、二次元浅水流の数値シミュレーションを行うことによって二次元河床変動シミュレーション法の基礎的知見を得ようとするものである。

2. 二次元浅水流の数値シミュレーション 二次元河床変動をシミュレートする際にまず解析すべき平面二次元流の基礎方程式として、鉛直方向に積分した x および y 方向の運動方程式 (1) および (2) と連続式 (3) を用いる。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uM) + \frac{\partial}{\partial y}(vM) = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau}{\rho} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial M}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uN) + \frac{\partial}{\partial y}(vN) = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial N}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial N}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3) \quad (M = uh, N = vh, \epsilon : \text{水平渦動粘性係数})$$

ここでは、流れの定常解を求めるのが目的であるが、従来、任意の初期条件を用いて非定常解を計算しその極限值とし定常解を求める方法が、安定的に求まることよりよく用いられている。この際、時間方向の差分化に Leap-Frog法を用いて差分化しそれを用いて繰り返し計算して流速 u , v および水深 h を求める。差分化計算を行う上で、前進差分・後退差分など適切な差分化の方法、境界条件の与え方、差分化による不安定性の原因となる摩擦項 $(-\tau/\rho)$ 、移流項 $(\partial(uM)/\partial x)$ 等) のような非線形項、および渦動粘性項 $(\partial(\epsilon \partial M/\partial x)/\partial x)$ 等の取り扱い方が問題となるが、普遍的な方法が求められているわけではない。ここでは、急拡幅水路を数値計算の対象として水路拡幅部での流れの差分化による数値シミュレーションを試行錯誤的に行って、以下に示すような条件で解析を行うと安定解が得られることがわかった。

(1) 摩擦項に関しては、この項を implicit な形で差分することにより不安定性を解消する¹⁾。

(2) 移流項については流速 u, v の符号により後退差分、前進差分を使い分ける風上差分を用いる。

(3) 渦動粘性項については中心差分を用い、移流項・渦動粘性項の差分化を行う際的水深および流量フラックスは 1 ステップ前と 2 ステップ前の値を平均して用いる。

(4) 境界に接する格子と境界に接しないいわゆる一般格子の計算をなるべく一般的に行うため、計算領域外の流量フラックス M, N および水深 h を 0 とおき、一般の差分式を用いて計算を行う。

(5) 計算中に水深がある微小な基準値 (Δ) より小さい値をとれば、i) 水深は Δ で置き換える。ii) そのメッシュより

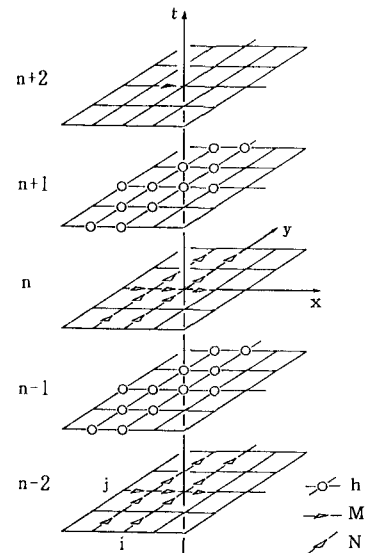


図-1

水が流れないように流量フラックスを 0 とする^{2),3)}。

なお、水路上・下流端の境界条件として上流からの流入量および下流端水位を一定とし、境界での流速成分については slip 条件を用い、境界に垂直な流速成分は 0 とする。また、流下方向流量フラックス M を求めるための運動方程式 (1) 式における差分化により用いた変数の配置図を図-1 に示す。

3. 移流項・渦動粘性項の有無による解析の比較・検討 湖流などの数値解析では計算の簡略化のために上に示した運動方程式(1)および(2)式における移流項・渦動粘性項を省略した方程式での解析がよく行われる。そこで移流項・渦動粘性項を省略した方程式での解 (Case1), 移流項・渦動粘性項を含んだ方程式の解 (Case2) として解析を行い、結果を比較・検討を行う。水路部 75cm, 拡幅部 145cm, 勾配 1/500 の急拡幅水路に 0.40/s の水を流した場合の流れを数値計算するための計算条件として $\Delta x = 5\text{cm}$, $\Delta y = 2.5\text{cm}$, $\Delta t = 0.01\text{sec}$ を設定した。Case1 および Case2 の解析における流速ベクトル図をそれぞれ図-2, 図-3 に示す。図-2 においては、拡幅による流れの剥離領域の形成がみられないが、図-3 では剥離領域が形成されており、二次元性の強い場では全ての項を含んだ式を解く必要があることがわかる。

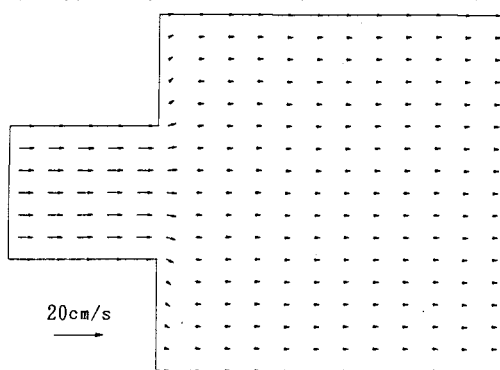


図-2

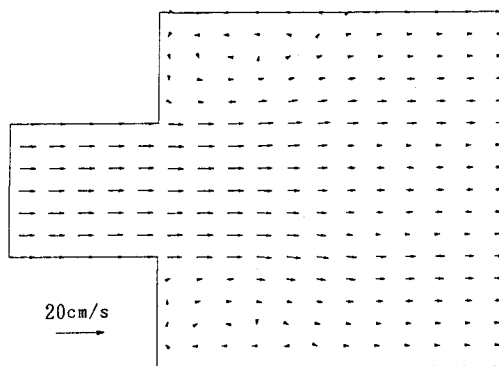


図-3

4. 河床変動シミュレーション 上で求められた二次元流速を仮定した抵抗則から河床に作用する掃流力が求まり流砂量式を用いて流砂量が求まる。これを流砂の連続式

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0$$

に代入するが、このとき x 方向および y 方向流砂量 q_{bx} ,

q_{by} は図-4 に示すような関係から

$$q_{bx} = (u / \sqrt{u^2 + v^2}) q_b, \quad q_{by} = (v / \sqrt{u^2 + v^2}) q_b$$

$$q_{bx}^A = (q_{bx}^{(1)} + q_{bx}^{(3)})/2, \quad q_{bx}^B = (q_{bx}^{(2)} + q_{bx}^{(4)})/2$$

$$q_{by}^A = (q_{by}^{(1)} + q_{by}^{(2)})/2, \quad q_{by}^B = (q_{by}^{(3)} + q_{by}^{(4)})/2$$

として求める。

5. 結語 本研究では、二次元浅水流の数値シミュレーションを行うとともに、そのモデルの妥当性を実験的に検証するとともに、流砂の二次元場での連続式の差分化を検討した。今後、流量の大きい実河道の計算において生じる計算時間や計算の安定性の検討が必要である。

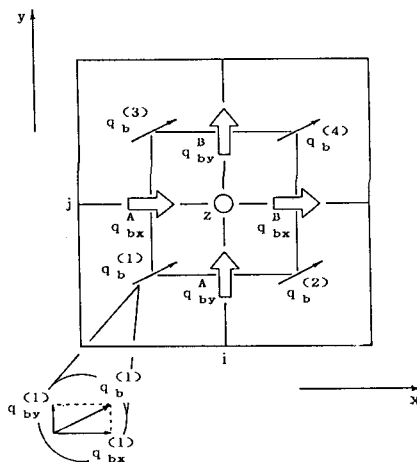


図-4

参考文献 1) 伊藤 剛編：数値解析の応用と基礎，pp.206～207，2) 井上和也：京都大学学位論文，1986年 11 月，3) 中川 一：京都大学学位論文，1989年 6 月