4点Implicit法を用いた河川網の洪水流解析法（第2報）

中電技術コンサルタント　正　員 ○ 金本　満
広島大学　工学部　　正　員　常松芳昭

1．まえがき：本報告は河川網における漸変非定常流の基礎式を4点Implicit法により離散化し，これをNewton-Raphson法を用いて解く場合の河川網のシステム・モデルをグラフ理論を用いて系統的に定式化して，時間的変化の急な流れの解析に適用したものである．

2．数値計算法：開水路網はe本の枝とn個の節点により構成されているものとし，各枝はN_j（j=1,・・，e）の断面に分割されているものとする．非定常流の基礎方程式を4点Implicit法により離散化し，Newton-Raphson法により解法する場合，上流端を含む格子，下流端を含む格子および内部のみを含む格子における連続方程式および運動方程式は(1)～(3)式のようになる[1]．

$$P_1(\overset{+}{D}_+\Delta H_+ + \overset{+}{D}_0\Delta H_0) + R_1\Delta\overset{+}{\mathbf{q}} + P_3\Delta\mathbf{h} + R_3\Delta\mathbf{q} = -\mathbf{G}_1 \quad (1)$$

$$P_2(\overset{-}{D}_0\Delta H_0 + \overset{-}{D}_-\Delta H_-) + R_2\Delta\overset{-}{\mathbf{q}} + P_4\Delta\mathbf{h} + R_4\Delta\mathbf{q} = -\mathbf{G}_{N-1} \quad (2)$$

$$P_5\Delta\mathbf{h} + R_5\Delta\mathbf{q} = -\mathbf{G} \quad (3)$$

ただし，P_1～P_5，R_1～R_5はJacobi行列の成分により構成される行列，$\overset{+}{D}$，$\overset{-}{D}$は出・入連結行列，$\mathbf{H}$は節点における水位を成分とする列ベクトル，$\overset{+}{\mathbf{q}}$，$\overset{-}{\mathbf{q}}$は枝の上・下流端の流量を成分とする列ベクトル，$\mathbf{h}$，$\mathbf{q}$は枝内部点の水位および流量を成分とする列ベクトルであり，ΔはNewton-Raphson法の収束過程における残差を表し，下付の添字＋，0，－はそれぞれソース，中間ノード，シンクにおける諸量を表す．また，$\mathbf{G}_1$，$\mathbf{G}_{N-1}$，$\mathbf{G}$は離散化された連続方程式および運動方程式に近似値を代入したときの値を成分とする列ベクトルである．

さらに，開水路網の特徴として，ソース，シンクには境界条件，中間ノードには流量の連続条件を導入する必要がある．ソースに流量ハイドログラフ，シンクに水位ハイドログラフが与えられる場合についてはすでに報告済みであるから，本報告では，ソースに流量ハイドログラフ，シンクに水位と流量の関係が与えられる場合について検討する．

いま，開水路網の節点はs_1個のソース，s_2個のシンクで構成されているとし，ソース，中間ノード，シンクの順に番号付けされているものとする．Newton-Raphson法を用いる場合，ソースの境界条件，および，中間ノードの流量の連続条件は(4)式のように記述できる[2]．

$$\overset{+}{D}_+\Delta\overset{+}{\mathbf{q}} = -\mathbf{F}_1 \quad , \quad \overset{+}{D}_0\Delta\overset{+}{\mathbf{q}} - \overset{-}{D}_0\Delta\overset{-}{\mathbf{q}} = -\mathbf{F}_2 \quad (4)$$

一方，シンクにおける境界条件の水位～流量関係は，

$$\mathbf{F}_3 = -\overset{-}{D}_-\overset{-}{\mathbf{q}} - \mathbf{f}\ (\mathbf{H}_-) \quad (5)$$

のように書ける．ここで，水位～流量関係として等流公式を用いるとすれば，

$$\mathbf{f} = \left[\frac{A}{n} R^{2/3} I^{1/2}\right]_i \quad (i = n - s_1 - s_2 + 1,\ \cdot\cdot\cdot,\ n) \quad (6)$$

である．ここで，(5)式をNewton-Raphson法を用いて解法できるように，近似値まわりにTaylor展開すれば，

$$-\overset{-}{D}_-\Delta\overset{-}{\mathbf{q}} - J\Delta\mathbf{H}_- = -\mathbf{F}_3 \quad (7)$$

となる．ただし，$J = \partial\mathbf{f} / \partial\mathbf{H}_-$である．(1)～(4)，(7)式は（$2\Sigma N_j - 2e + n$）個の連立方程式であり，これらを解くことにより，各時刻ステップの未知水理量を計算することができる．

3．計算条件：Fig. 1 に示すようなＹ型の合流水路を考える．ただし，丸数字はノード番号を，ローマ数字は枝番号を示す．水路長は各水路とも2000(m)，水路幅は枝Ⅰ，Ⅱでは100(m)，枝Ⅲでは200(m)であり，水路勾配は各水路とも1/1000である．

一般に重み付けされた４点Implicit法を用いる場合，重み係数は$0.5<\theta\leq1.0$で安定であると言われているが[3]，時間的変化が急な流れを対象とする場合，波先部分を精度よく再現しようとすれば，θを0.50に近づけることが必要である[4]．本報告においては，このような時間的変化が急な流れを対象とし，時間的差分間隔（Δｔ）および重み係数（θ）の違いによる数値計算結果の差異を検討する．計算条件およびソースにおける流量ハイドログラフをTable１およびFig. 2 に示す．

4．計算結果および考察：計算結果の一例として，水路Ⅰ（合流前）の中央断面と水路Ⅲ（合流後）の中央断面の流量の時間的変化をFig. 3～4 に示す．Fig. 3 は$\theta=0.50$として，Δｔの違いによる計算結果を比較したものである．合流前後とも２Δｔを一波長とする周期的な振動が現れているが，Δｔが比較的小さいRun２のほうが，Run１よりも振幅が小さくなっている．また，合流前に比べ合流後の方が振幅は大きいことがわかる．一方，$\theta=0.55$を用いたFig. 4 の結果では，若干の振動がみられるものの比較的安定な解が得られている．したがって，数値計算の安定性は重み係数θだけではなく，流量（伝播速度），Δｔにも関連しているものと推定される．

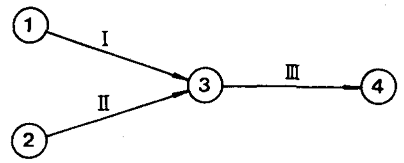

Fig.1 Channel network

Table 1 Conditions of calculations

	Run-1	Run-2	Run-3	Run-4
Δx(m)	100	100	100	100
Δt(s)	600	300	600	300
θ	0.50	0.50	0.55	0.55

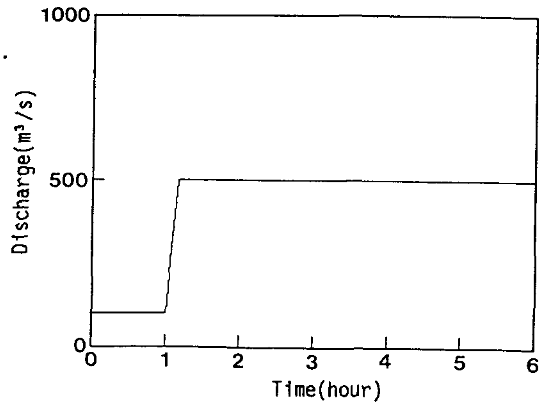

Fig.2 Boundary condition at source (Node-1,Node-2)

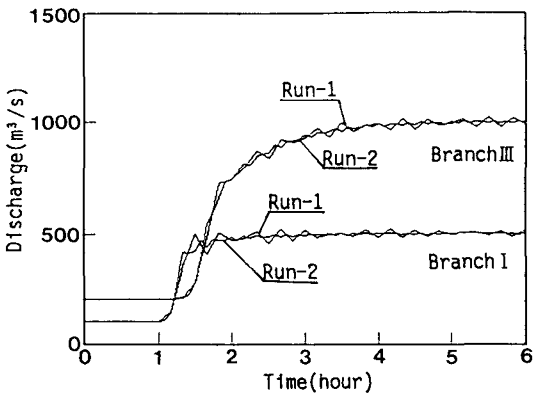

Fig.3 Comparison of Run-1 and Run-2

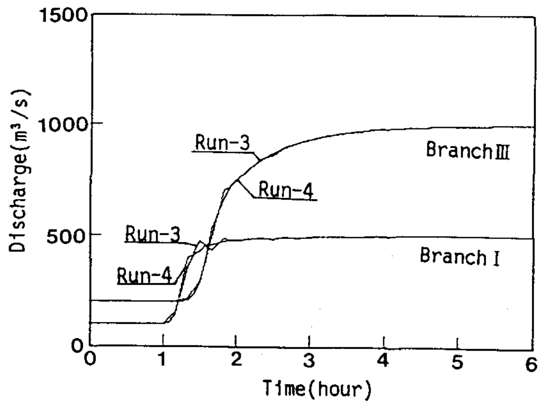

Fig.4 Comparison of Run-3 and Run-4

5．あとがき：本報告では，シンクの境界条件に等流条件を用いる場合のシステム・モデルを示し，時間的変化の急な流れの数値計計算を行った．今後さらに詳細な検討を行っていく予定である．

参考文献：1)金本・常松：第42回中四支部研究発表会概要集，2)金本・常松：第45回年次学術講演会概要集，3)Quinn and Wylie：Water Resour. Res. , Vol.9 , No.6　4)神田・辻：建設工学研究所報告，第21号