

エネルギー最小化およびLPによるトラスの最適設計法について

愛媛大学工学部 正 会 員 ○大久保 禎二
 愛媛大学大学院 学生会員 林 英 範
 三井不動産建設(株) 河 野 二 郎

1. まえがき

本研究は、トラス構造物のすべての部材が弾性限度を越えた同一の応力レベルで同時に fully stress 状態となり崩壊する場合の最適設計問題を、感度係数およびLPの手法を用いて解く方法について基礎的な研究を行い、コンプリメンタリーエネルギー最小化による最適設計法による解との比較を行ったものである。なお、トラス構造物の状態変数およびその感度係数の計算には、著者らがこれまでに開発してきたコンプリメンタリーエネルギー最小化による解析法を用いている。

2. 感度係数およびLPを利用した最適設計法

本研究では、設計変数として各部材の断面積 $A = [A_1, \dots, A_n]^T$ (n :部材数) を、目的関数として

$$W = \sum_{i=1}^n W_i(A_i), \quad W_i(A_i) = \rho_i \ell_i A_i \quad (1)$$

ここに、 ℓ_i :部材 i の部材長、 ρ_i :部材 i の単位体積当りの目的関数値を考慮し、各部材の応力度が弾性限度を越えた任意のある一定値(σ_{si}) ($i=1, \dots, n$) となる条件のもとで、目的関数および各可動節点の釣合条件式の感度係数を差分法により求め、LPの手法を用いて A を改良することを繰り返すことにより最適な A を決定することとした。

トラス構造物の部材 j の断面積 A_j を微量(ΔA_j)変化させた場合の目的関数および各可動節点における水平および鉛直方向の力の釣合条件式の感度係数は次のようにして求めることができる。

すなわち、まず、部材断面の初期値 $A^0 = [A_1^0, \dots, A_n^0]^T$ を任意に設定し、全コンプリメンタリーエネルギー最小化の方法により A^0 における各部材の部材力 $P^0 = [P_1^0, \dots, P_n^0]^T$ を求め、各部材の応力度が設定した応力度 σ_{si} となるように次式により断面積を修正する。

$$\bar{A}_i^0 = P_i^0 / \sigma_{si}, \quad (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

次に、部材 j の断面積のみを ΔA_j だけ変化させて再解析を行い、得られた部材力を $\bar{P}^j = [\bar{P}_1^j, \dots, \bar{P}_n^j]^T$ とすると、各部材の必要断面積 $\bar{A}^j = [\bar{A}_1^j, \dots, \bar{A}_n^j]^T$ は次式より求められる。

$$\bar{A}_i^j = \bar{P}_i^j / \sigma_{si}, \quad (i=1, \dots, n) \quad (3)$$

したがって部材 j の断面積の変化量 ΔA_j に対する各部材の必要断面積の感度係数は次式より求められる。

$$\partial \bar{A}_i / \partial A_j \doteq (\bar{A}_i^j - \bar{A}_i^0) / \Delta A_j \quad (4)$$

また、 ΔA_j に対する各部材の部材力の変化量 $\Delta P^j = [\Delta P_1^j, \dots, \Delta P_n^j]^T$ は次式より求められる。

$$\Delta P_i^j = \bar{P}_i^j - P_i^0 \quad (5)$$

ΔA_j に対する可動節点 k の水平および鉛直方向の力 H_k, V_k の感度係数は次式より求められる。

$$\partial H_k / \partial A_j \doteq \sum_{i=1}^{S_k} C_{iH} \Delta P_i^j / \Delta A_j, \quad \partial V_k / \partial A_j \doteq \sum_{i=1}^{S_k} C_{iV} \Delta P_i^j / \Delta A_j \quad (6)$$

ここに、 S_k :節点 k に接続している部材番号の集合、

C_{iH} : P_i の水平方向に関する方向余弦、 C_{iV} : P_i の鉛直方向に関する方向余弦

また、 ΔA_j に対する目的関数の感度係数は次式より求められる。

$$\partial W / \partial A_j \doteq \sum_{i=1}^n \rho_i (\bar{A}_i^j - \bar{A}_i^0) \ell_i / \Delta A_j \quad (7)$$

各部材の断面積の変化に対する上記の感度係数を求め、これらの感度係数を用いて各可動節点における力の釣合条件および A の下限値の条件を考慮して次のLP問題を作成し、これを解くことにより ΔA の改良値を求める。

find ΔA ,

such that $\sum_{j=1}^n (\partial W / \partial A_j) \Delta A_j \rightarrow \min$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n (\partial H_k / \partial A_j) \Delta A_j = 0 \quad (k \in S_m) \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n (\partial V_k / \partial A_j) \Delta A_j = 0 \quad (k \in S_m)$$

$$\bar{A}_i^0 + \sum_{j=1}^n (\partial A_i / \partial A_j) \Delta A_j \geq 0.1 \text{ cm}^2$$

ここに、 S_m : 可動節点番号の集合

式(8)のLP問題を解いて求めた ΔA を用いて次式により A を改良し、

$$A^1 = A^0 + \Delta A \quad (9)$$

これを初期値として再び上記の ΔA の改良を繰り返し、 W が最小値に、また A^1 が一定値に収束した時、最適値 A_{OPT} が得られるとするものである。本研究の方法により最適な A を決定する macro な流れを図-1に示す。

3. 最適設計例および考察

前節で述べた方法により種々の不静定トラスの最適設計を行ったが、ここでは、図-2に示す3部材および6部材不静定トラスの最適化を行った結果、およびコンプリメンタリーエネルギー最小化の方法により最適化を行った結果との比較を表-1に示す。なお、非線形材料として図-3における $E_1=2000000 \text{ kg/cm}^2$, $E_2=100000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_s=2000 \text{ kg/cm}^2$ と仮定し、 $\rho_i=10 \text{ g/cm}^3$, $\sigma_s=3000 \text{ kg/cm}^2$ とした。

本研究の方法では、一回の改良における A の変化量がきわめて大きく、いづれ的设计例においても一回の改良でほぼ最適解の近傍に収束した後、微量の修正後、3部材トラスで5回、6部材トラスで6回の反復改良により最適解を決定している。また、得られた最適解は、前に述べたコンプリメンタリーエネルギー最小化の方法による最適解と完全に一致している。ただし、本研究の方法では、2で述べたアルゴリズムから推測されるごとく、一回の反復改良における感度係数の計算に多くの計算時間を必要とするため、最終的な最適解を得るために必要とする計算時間(CPU)は、前述のコンプリメンタリーエネルギー最小化による方法とほぼ同一の計算時間を要している。

表-1 各トラス構造物の最適値

		断面積 (cm^2)	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	重量 ($\times 10 \text{ kg}$)	1) ITE (回)	2) CPU (秒)
		初期値	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0			
3部材	本 法 ³⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	33.2	0.1	—	—	—	33.50	5	2.1
	C. E. M. ⁴⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	33.2	0.1	—	—	—	33.50	25	2.0
6部材	本 法 ³⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	0.1	0.1	33.2	47.0	0.1	100.21	6	8.6
	C. E. M. ⁴⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	0.1	0.1	33.3	47.0	0.1	100.22	83	8.5

1) 最終解を得るために要した繰返し回数 2) MX2000による計算時間

3) コンプリメンタリーエネルギー最小化による最適解

4) 本論文で述べた方法による最適解

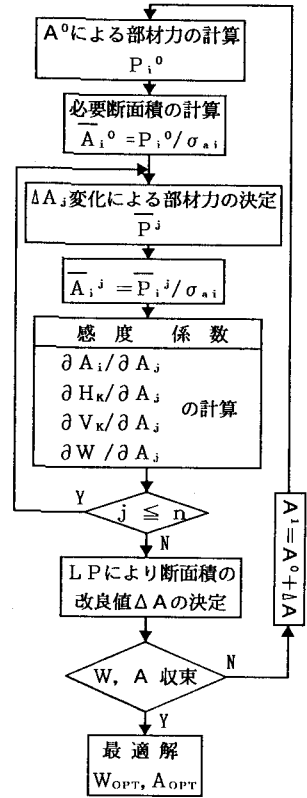


図-1 本法による最適化手順

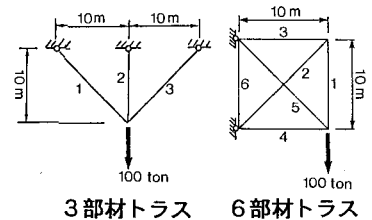


図-2 解析モデル

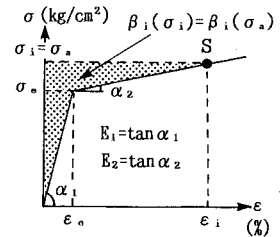


図-3 応力-ひずみ関係