

破壊基準の数値的評価による安全性指標の算定法に関する一考察

広島工業大学大学院 学生員○河村幸太郎
 広島工業大学工学部 正会員 中山 隆弘
 パブリック日立(株) 研究員 正会員 相田 清

1. はじめに

レベルⅡの設計水準において、安全性指標 β を求めるための解析方法は、Cornellなどによる1次近似2次モーメント法、Hasofer/Lindらによる改良1次近似2次モーメント法、さらに、この改良1次近似2次モーメント法を修正した1次ガウス近似法等、種々のものが考案されている。この中でも1次ガウス近似法は、破壊基準関数を破壊点周りで線形近似することにより、破壊基準関数の形によらず安全性指標 β の不変性が保て、さらには、Rackwitz/Fiesslerらが提唱した全確率分布安全性指標の概念を導入することにより非正規確率分布が取り扱えるという利点がある。ところが、この1次ガウス近似法のアルゴリズムでは、図-1(a)に示すように破壊基準関数を各確率変数で偏微分する作業が必要であり、破壊基準関数が複雑で、しかも陽形式で表現できない場合には、この偏微分を行う作業が非常に困難となってくる。そこで長ら¹⁾は、Wuら²⁾の方法を簡略化し、破壊基準関数を線形近似した式を基に最小自乗正規方程式を作成し、その解を用い数値的に偏微分を行う方法を提案している。また、永田ら³⁾は、長らの方法を参考にして、線形弾性システムの信頼性解析を示している。本文では、この長らの方法をより単純に解釈し直し、具体例を用いてその有効性の確認を行う。

2. 解析方法

1次ガウス近似法では、破壊基準関数 $Z=g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を次式のようにある任意の点 x^* を接点とする接平面の式で近似する。 $[x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T]$ は確率変数]

$$Z=g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_j} \bigg|_{x^*} (x_j - x_j^*) \quad \dots\dots(1)$$

ところで、破壊基準関数を x_j で偏微分した偏導関数は次式のように示される。

$$\frac{\partial g}{\partial x_j} = \lim_{\Delta x_j \rightarrow 0} \frac{g(x_1, x_2, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_n) - g(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)}{\Delta x_j} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、微小幅 Δx_j を限りなく小さくすることにより、次式が近似的に成り立つ。

$$\frac{\partial g}{\partial x_j} \approx \frac{g(x_1, x_2, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_n) - g(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)}{\Delta x_j} \quad \dots\dots(3)$$

式(3)において、 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ にある任意の点 x^* を代入すれば、この点における偏微分係数が次式のように求まる。

$$\frac{\partial g}{\partial x_j} \bigg|_{x^*} = \frac{g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_j^* + \Delta x_j, \dots, x_n^*) - g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_j^*, \dots, x_n^*)}{\Delta x_j} \quad \dots\dots(4)$$

式(4)を用いれば式(1)の偏微分係数を数値的に計算できる。つまり式(4)を1次ガウス近似法のアルゴリズムに取り入れれば偏微分の作業を行わずとも解析が可能である。なお、式(4)は破壊基準関数を線形近似し、それを基に作成した最小自乗正規方程式の解と一致する。

3. 解析例

ここでは解析モデルとして図-2に示す逆T形擁壁を取り上げ、破壊モードが「滑動」の場合を考える。確率変数 $(X_1 \sim X_5)$ のパラメータを表-1のように仮定し、その他擁壁に関わる諸量は確定量として扱う。破壊基準関数は図-3において、滑動水平力と滑動抵抗力がつり合う限界状態に注目すれば、次式のようになる。

$$Z = (\text{滑動抵抗力}) - (\text{滑動水平力})$$

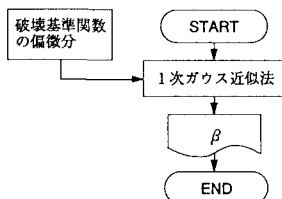


図-1 (a) 従来の1次ガウス近似法

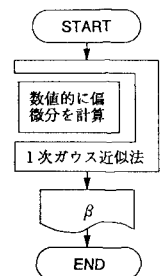


図-1 (b) 数値的に偏微分を行う方法

$$= (\Sigma V) \tan \delta_B + C_B B - \Sigma H$$

$$= (W_c + W_e + P_v) \tan \delta_B + C_B B - P_h$$

($Z > 0$: 安全, $Z \leq 0$: 危険)

W_c : 擁壁の自重 (= 断面積 $\times X_1$)

W_e : 背面土の自重 (= 断面積 $\times X_2$)

P_v : 鉛直土圧力

P_h : 水平土圧力

δ_B : 底版と基礎地盤の間の摩擦角
($= 1.2 \times X_5$)

C_B : 底版と基礎地盤の間の摩擦角 ($= 0$)

B : 壁体の底版幅

なお、土圧力の計算としてクーロン土圧を採用したが、土圧係数の式の性質上、破壊基準関数が非常に複雑となり、手計算による偏微分は困難である。そこで、数値的に偏微分係数を求める方法が有利となってくる。

図-4は式(4)の微小幅 Δx を確率変数の平均値 μ_x の $1/10$, $1/100$ として数値的に偏微分を行い解析する方法と、厳密に偏微分を行う従来の1次ガウス近似法による安全性指標の収束状況を示したものである。これによれば Δx の値が小さいほど厳密に偏微分を行った場合のグラフに近づいていることがわかる。 Δx を $1/10000 \mu_x$ まで小さくすれば表-2に示すように、厳密に偏微分を行った場合と同じ結果が得られ、その収束過程まで同じものとなる。長らはこの Δx を $1/100 \mu_x$ 程度でよいとしているが、計算過程で計算不能にならない範囲内において Δx をできるだけ小さい値(例えば $\Delta x = 1/10000 \mu_x$)とする方が望ましい。なお、そのことによりCPU時間に大きな差異は生じない。また、1次ガウス近似法のCPU時間と比較すると、数値的に偏微分を行う方法の方が高速である。

【参考文献】

1) 長尚・大矢秀人:式で表現されていない破壊基準に対する全確率分布安全性指標,構造工学論文集,土木学会, vol.33A, pp.743~748, 1987.

2) Yih-Tsuen Wu, Paul H. Wirsching: Advanced Reliability Method for Fatigue Analysis, ASCE, Journal of Engineering Mechanics, vol.110, No.4, pp.536~553, 1984.

3) 永田茂・星谷勝:線形構造物の信頼性評価に関する一研究,構造工学論文集,土木学会, vol.34A, pp.689~697, 1988.

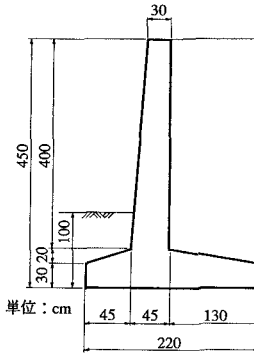


図-2 解析モデル

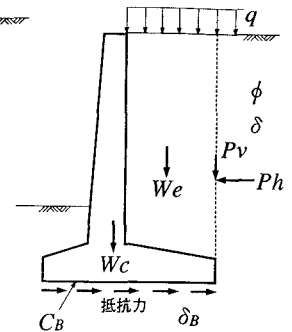


図-3 擁壁滑动の作用力

表-1 確率量

確率変数	平均値	変動係数
X_1 擁壁本体の単位体積重量 γ_c	2.5 tf/m ³	0.005
X_2 背面土砂の単位体積重量 γ_s	1.9 tf/m ³	0.1
X_3 背面上載荷重 q	1.0 tf/m ²	0.06
X_4 背面土砂の内部摩擦角 ϕ	30°	0.1
X_5 背面土砂の壁面摩擦角 δ	30°	0.1

確率分布形は全て正規分布, 相関係数については $\rho_{24} = 0.9$, $\rho_{25} = 0.9$, $\rho_{45} = 0.95$

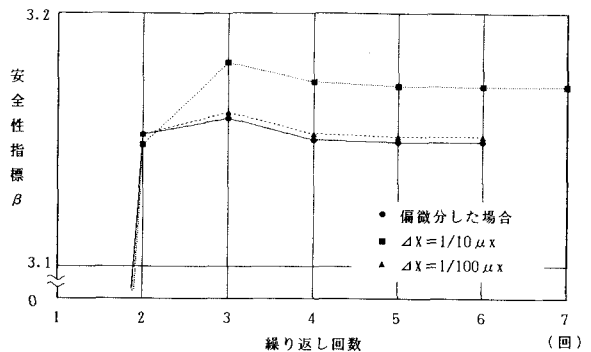


図-4 安全性指標 β の収束状況

表-2 解析結果 (安全性指標 β)

繰り返し回数	1	2	3	4	5	6	7	CPU時間 (sec)
Δx								
$1/10 \mu_x$	2.5733	3.1479	3.1804	3.1727	3.1710	3.1709	3.1709	1.9
$1/100 \mu_x$	2.6593	3.1520	3.1607	3.1522	3.1511	3.1511	—	1.7
$1/1000 \mu_x$	2.6675	3.1520	3.1587	3.1502	3.1491	3.1491	—	1.7
$1/10000 \mu_x$	2.6683	3.1519	3.1585	3.1500	3.1490	3.1490	—	1.8
偏微分した場合	2.6684	3.1520	3.1584	3.1500	3.1490	3.1490	—	9.1