

構造物—基礎系の同定に関する一考察

徳島大学大学院○学生員 山本英史 徳島大学工学部 正 員 平尾 潔
徳島大学工学部 正 員 沢田 勉

1. はじめに 構造物系の耐震設計では、系の動特性を精度よく推定することが重要である。しかし、構造物—基礎系において、基礎と地盤の動的相互作用が問題となる場合には、不明確な点が多くあり、その動特性を満足な精度で推定するには至っていない。本研究では、基礎部がスウェイ・ロッキングモデルに置換された構造物系の動特性を直接推定するための同定問題を、周波数領域で定式化し、解の精度を検討する。その際、系をいくつかの部分系に分割し、各部分系を逐次同定する方法を用い、解の精度を改善した。

2. 周波数領域における構造物—基礎系の同定 Fig.1 に示すように、構造物—基礎系を多自由度振動系でモデル化する。上部構造物はせん断型振動とし、基礎はスウェイおよびロッキング振動するものとする。このとき系の運動方程式は次のように表される。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = -\{f\}\ddot{z}_0 \quad (1)$$

ここで、 $\{y\} = \{y_1, \dots, y_n, y_{n+1}, \theta\}^T$ は質点の相対変位、 $\{f\} = \{m_1, \dots, m_{n+1}, 0\}^T$ 、 $[M]$ = 質量行列、 $[C]$ = 減衰行列、 $[K]$ = 剛性行列である。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & m_{n+1} & & \\ 0 & & & I_0 + \sum_{i=1}^n I_i & \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & A \\ & k_1+k_2 & -k_2 & & B \\ & & \ddots & & \\ & & & k_{n-1}+k_n & -k_n & C \\ & & & & k_n+k_{n+1} & D \\ & & & & & E \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $A = -k_1 h_1$ 、 $B = k_1 h_1 - k_2 h_2$ 、 $C = k_{n-1} h_{n-1} - k_n (h_n + h_0)$ 、 $D = k_n (h_n + h_0)$ 、 $E = \sum_{i=1}^{n-1} k_i h_i^2 + k_n (h_n + h_0)^2 + k_0$ である。 $[C]$ は $[K]$ と同形で k の代わりに c を代入して得られる。

次に、観測記録より得られる r 点に対する j 点の周波数応答倍率は次のように表される。

$$A_{j,r}(\omega) = |Y_j(\omega) / Y_r(\omega)| \approx |S_j(\omega) / S_r(\omega)|^{1/2} \quad (3)$$

ここで、 $Y_j(\omega)$ 、 $Y_r(\omega)$ は、系の j 点および r 点の応答 $y_j(t)$ 、 $y_r(t)$ のフーリエスペクトル、 $S_j(\omega)$ 、 $S_r(\omega)$ はパワースペクトルである。

一方、構造物—基礎系モデルの r 点に対する j 点の周波数応答倍率 $\bar{A}_{j,r}(\omega)$ は次のように表される。

$$\bar{A}_{j,r}(\omega) = |\bar{H}_j(\omega) / \bar{H}_r(\omega)| \quad (4)$$

ここで、 $\bar{H}_j(\omega)$ 、 $\bar{H}_r(\omega)$ は、モデルの j 点、 r 点の周波数応答関数である。

同定に用いる評価関数は式 (3) と (4) の残差平方和を最小にすることより、次のように表される。

$$Se = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{N_f} [\bar{A}_{j,r}(\omega_k) - A_{j,r}(\omega_k)]^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

ここで、 ω_k は離散化した k 番目の角振動数、 N_f は離散振動数点の数、 N_p は周波数応答倍率の対象となる質点の数である。この Se は未知パラメータ α_i の非線形関数となるので、これを $\min$ にするような α_i を求めるため反復線形計画法を用いた。式 (5) を未知パラメータ α_i の初期値 α_{i0} のまわりでテラー展開して 2 次以上の項を省略すると次のように表される。

$$Se = Se_0 + \sum_{i=1}^n \left(\partial Se / \partial \alpha_i \right)_0 \Delta \alpha_i \quad (6)$$

上式を線形計画法により解き、増分量 $\Delta \alpha_i$ を求め、順次解を改良して収束解を求めた。なお、本研究では、構造物—基礎系をいくつかの部分系に分割し、上部の系より順次未知パラメータを独立に同定する方法

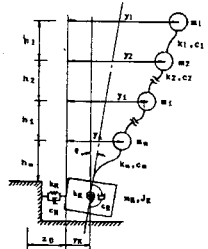


Fig.1 Sway-Rocking Model

を用いて、全体系の同定を行った。

3. 数値計算および考察 3自由度
一基礎系のばね定数および減衰係数を
同定する。Table 1 には、同定に用い
た3自由度一基礎系の諸元を表す。な

Table 1 True and Initial Values of Spring Constants and Damping Coefficients

No.	Mass $m \times 10^{-3} [\text{kg}]$	True Value		Initial Value		Height h[m]
		$k \times 10^{-5} [\text{kg/cm}]$	$c [\text{kg} \cdot \text{s/cm}]$	$k \times 10^{-5} [\text{kg/cm}]$	$c [\text{kg} \cdot \text{s/cm}]$	
1	0.185	0.968	423.178	1.452	634.768	5.0
2	0.185	0.968	423.178	1.452	634.768	5.0
3	0.185	0.968	423.178	1.452	634.768	5.0
4	0.0727	1.130	588.820	1.595	429.930	1.0
0		308000.0	13435.754	462000.0	20153.629	

お、反復線形計画法における繰返し回数は150回、周波数応答関数を求める際の周波数領域は0.1～25.0 Hzとした。以下では、構造物一基礎系の同定問題における解の精度が、系の分割や初期値の与え方にどのように影響されるかを検討した。

(1) 系を分割同定することによる解の精度の向上 全体系

をいくつかの部分系に分割して同定した場合には、各部分系に含まれる未知パラメータが全体系より少なくなるので、解の精度が改良されることが予想される。そこで、3自由度一基礎系を2分割した場合と分割しない場合の解の精度を比較した。Table 2および3には、全体系を分割しない場合と2分割した場合の解の精度を誤差[%]で示した。Table 2および3より、2分割した場合の平均誤差(5.5%)が分割しない場合(8.1%)に比べて減少しており、解の精度が向上していることがわかる。

Table 2 Error of Each Parameters (分割しない場合)

No.	Spring Constants		Damping Coefficients	
	Optimum Value True Value	Error [%]	Optimum Value True Value	Error [%]
1	0.990	1.0	0.964	3.6
2	1.027	2.7	1.254	25.4
3	1.028	2.8	1.044	4.4
4	0.961	3.9	0.964	3.6
0	0.968	3.2	1.301	30.1

Table 3 Error of Each Parameters (2分割の場合)

No.	Spring Constants		Damping Coefficients	
	Optimum Value True Value	Error [%]	Optimum Value True Value	Error [%]
1	1.000	0.0	0.985	1.5
2	1.000	0.0	1.009	0.9
3	1.003	0.3	0.998	0.2
4	0.997	0.3	1.014	1.4
0	1.218	21.8	1.286	28.6

(2) 初期値が解の精度に及ぼす影響

本研究のような同定問題を扱う場合には、未知パラメータの初期値

を真値にどの程度近づけれ

Table 4 Error of Each Parameters

初期値	k_1	k_2	k_3	k_4	k_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_0
真値×0.5	×	×	○	○	×	○	▲	×	×	×
真値×0.6	×	×	○	△	×	×	×	×	×	×
真値×0.7	○	○	○	▲	▲	○	○	○	▲	▲
真値×0.8	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
真値×1.2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	△
真値×1.3	○	○	○	○	○	○	○	○	○	△
真値×1.4	○	○	○	○	△	○	○	○	○	△
真値×1.5	○	○	○	○	○	○	○	○	○	▲
真値×1.6	▲	×	▲	△	×	△	×	×	×	×
真値×2.0	▲	×	▲	▲	×	×	×	×	×	×

○ : 誤差 5% 以内
○ : 誤差 5～10%
△ : 誤差 10～20%
▲ : 誤差 20～50%
× : 誤差 50%以上

ば、解が真値に収束するのか
を知ることが重要である。そ
こで、未知パラメータの初期
値を真値の0.5倍～2.0倍の
範囲で変化させて、収束値が
真値にどの程度近づくかを検
討した。数値計算では、3自由
度一基礎系を2分割した場合

について解析した。Table 4は、未知パラメータ(ばね定数 k_i および減衰係数 c_i)の初期値を10通りに変化した場合の真値に対する収束解の誤差を、記号で示したものである。各記号の内訳は表の右に示す。この表より、初期値が真値の0.8倍～1.5倍の場合には、ばね定数及び減衰係数はともに精度よく推定されていることが分かる。しかし、それ以外の場合では、ばね定数及び減衰係数はともに真値のまわりでばらつき、その誤差は大きい。以上のことより、初期値が真値の0.8倍～1.5倍程度であれば、解が精度よく求まることが分かった。また、Table 4より、ロッキングパラメータの推定精度は、ほかのパラメータの推定精度に比べて悪いことがわかる。これは、ロッキングパラメータの変化がほかのパラメータに比べて、誤差関数に与える影響が小さいこと、したがってロッキングパラメータに関する誤差関数の変化が非常に緩やかであることに起因すると思われる。

4. おわりに 構造物一基礎系の同定問題を周波数領域で定式化し、解の精度を検討した。その結果、全体系をいくつかの部分系に分割して同定することにより解の精度が向上すること、初期値が真値にある程度近くないと解の精度が保証されないこと、ロッキングパラメータはほかのパラメータに比べて推定精度が悪いことがわかった。