

BEMによる複数クラックの疲労進展解析

岡山大学大学院 学生員 ○ 井上大三
 岡山大学工学部 正 員 広瀬壮一
 岡山大学工学部 正 員 谷口健男

1.はじめに き裂進展解析においては、従来より有限要素法（FEM）によるものが主流であったが、進展時のリメッシング等、プレプロセッシングに多大な労力を必要としていた。ここでは、有限要素法にかわる解析手法として境界要素法（BEM）を用いて、進展解析プログラムの開発、および解析を行った。

BEMを用いる利点としては、進展が少数の進展要素を新たに生成させる事により行え、リメッシングが不用であるという点である。

2.進展解析プログラム 本研究では一定要素を用い、き裂上ではき裂開口変位〔u〕を未知数として境界積分方程式を立てる。また一般的に、ほとんどの場合き裂上の表面力は0であるので、き裂上の表面力についての項は考慮していない。よって、今回の解析対象である無限弾性体中の複数き裂に対しては、境界積分方程式は次のようになる。

$$t^c = \sum_{i=1}^m \int_{S_i} t^*(x,y) [u] dS_y$$

t^c : 境界表面力ベクトル

$t^*(x,y)$: 基本解

$\frac{\partial}{\partial x_l}$: 微分作用素

C_{ijkl} : 弾性係数

m : 境界数

$$t = C_{ijkl} n_j \frac{\partial}{\partial x_l}$$

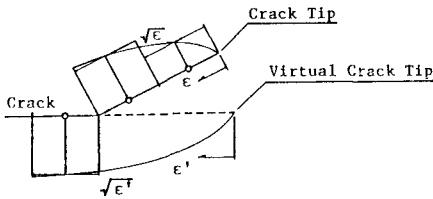


図1 き裂先端部の形状関数

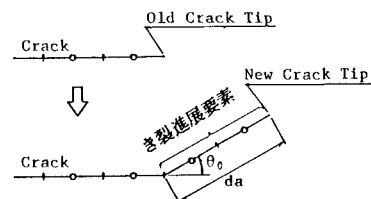


図2 き裂進展

次に、き裂先端部では $\sqrt{\epsilon}$ （ ϵ はき裂先端からの距離）なる形状関数を用いて開口変位を表現する。き裂境界が図1に示すように曲がっている場合は、その要素の延長線上に同じ距離の仮想のき裂先端を考え、それから距離 ϵ' を用いるものとする。

き裂の進展は、図2に示すように新たなき裂進展要素を生成させることにより行う。進展方向 θ_0 は、 $\sigma_{\theta \max}$ 理論¹⁾により算定する。 $\sigma_{\theta \max}$ 理論ではき裂先端近くの最大周方向直応力をパラメータとして、応力拡大係数を用いて次式で示される。

$$\theta_0 = \pm \cos^{-1} \left\{ \frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{8K_{II}^2 + K_I^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right\}$$

進展量 da は、進展させるき裂先端がただ1つの場合はユーザーが適当に与える必要がある。複数き裂進展時は、任意の1つのき裂先端の進展量を入力する。従って、き裂進展後の方程式系の組立は、き裂先端部のみ（形状関数 $\sqrt{\epsilon}$ を作用させている要素を含む）について再積分すればよい。繰り返し荷重回数の算定にはパリズ則²⁾を適用する。これは、疲労き裂伝播速度 da/dN と ΔK （有効応力拡大係数）との相関をべき関数で表現したものであり、次式で示される。

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m$$

a : き裂長

N : 繰返し荷重回数

C, m : 材料定数

ここで、今回の解析対象となる複数き裂同時進展では、進展する各々のき裂先端で繰返し荷重回数を同数にする必要がある。このため、任意の1つのき裂先端の進展量を固定し、他のき裂先端における進展量を調整して、繰返し荷重回数が同数となるまで収束計算を行う。

以上の解析の流れを図3に図示しておく。

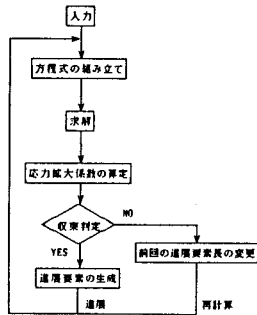


図3 BEMによるき裂進展解析
(フロー・チャート)

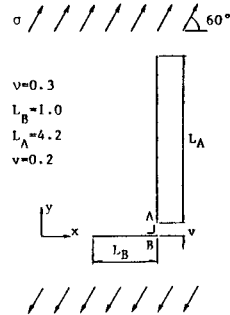


図4 一様な引っ張り応力の作用する
無限弾性体中の直交き裂

3. 解析結果 今回の解析では、図4に示す様な引っ張り応力を受ける無限弾性体中の直交き裂を取り扱う。進展解析については、近接した2つのき裂先端A、Bについて同時進展解析を行う。パリズ則における材料定数 C, m については $C=3.0, m=1.43 \times 10^{-9}$ とする。

解析の結果、進展量と繰返し荷重回数の関係(図5)に示すように、最初、わずかであるがき裂Bが先行しすぐにき裂Aが追い越し、やがてき裂Bの成長は停止すると考えられる。また、この解析時の進展経路を図6に示す。

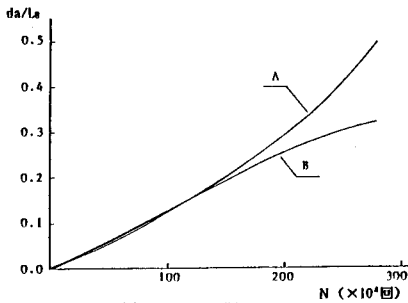


図5 き裂進展曲線

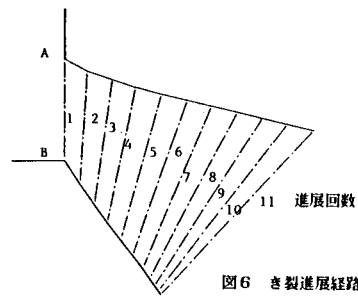


図6 き裂進展経路

4. おわりに 今回の解析プログラムの開発により、従来のFEMによる進展解析と比較して、大幅な労力等の削減等が可能になったと考えられる。

- 《参考文献》1) F.ERDOGAN, G.C.SIH, "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", Journal of Basic Engineering, P519~527 12 (1963)
2) Paris.P and Erdogan.F : A Critical Analysis of Cack Propagation Law, Transactions of the A.SME. Journal of Basic Engineering, Vol 85 P528~534 (1963)