

トランスピュータを用いたネスティッド・ダイセクション法

岡山大学工学部 正員 ○谷口健男
岡山県 入江洋二

1. はじめに

大規模構造系の解析が日常茶飯事に行われるようになった今日、より効率よい線形代数方程式の解法が要求されている。一方、計算機は従来のスカラー型以外にベクトル型と並列型の2種類が出現している。いわゆるスーパーコンピュータと呼ばれる非常に高価な前者に比べて後者は一般に廉価であるにもかかわらず余り使用されていないのが現状である。並列型計算機の計算効率は複数のCPUに等しい負荷を与えるかに支配されるかによる。この観点からすれば従来から採用されてきた解法をそのまま並列型計算機用にチューニングしても計算効率の向上は余り期待できない。本研究では並列型計算機の一つであるトランスピュータを用いて多元連立一次方程式の効率よい解法を探る。

2. トランスピュータ

本研究で利用するトランスピュータはT-800を2基搭載したボードをNEC9801RXのスロットに挿入したものを使用する。これらの2個のCPUの内一個はルート・プロセッサと呼ばれ、通常の計算等のみならずNEC9801RXとの通信、他のCPUの制御等の役割を負っている。他のCPUはサブ・プロセッサと呼ばれルート・プロセッサからの指示に従い情報を処理する。並列型計算機の場合個々のCPUが常に稼働している状態を設定することが望ましい。即ち個々のCPUへの負荷を均等にする様にプログラムを作らなければならない。なお、使用言語はパラレル・フォートランである。

3. ネスティッド・ダイセクション法

連立一次方程式の解法のうち消去法を基本とする解法はその消去過程で零要素が非零要素に切り替わる。この要素はフィル・インと呼ばれ、大規模系ではその個数が非常に増加し、必要とされる記憶量の大半をそれが占める結果となることよりフィル・イン数を抑える手法が好んで利用される。例えば帯行列法、スカイライン法が有名であるが、それを最も低減できる方法はA. Georgeの提案したネスティッド・ダイセクション法である。[1] この方法は正方形グリッド状の系に対して有効な方法であり、他の手法に比べて容量は大幅に縮小できることが分かっている。この方法を更に一般化したものがOne-way Dissection法である。[2]

図1はグリッド状に置かれた節点を対象とした消去順序である。図中に示す数字の小さなものから順に消去すればその過程で発生するフィルインが最少となる。“ i ”に属する点は“ $i+1$ ”に属する点に先立ち消去される。また、“ i ”に属する点は j ($j > i$) に属する点で取り囲まれている。従って、一つのグループ内の i に属する点の消去の影響はそれを取り囲む諸点にしか影響を与えない。この結果離れて存在する i に属する点の消去は独立に取り扱えることが分かる。この消去順序の性質は並列型計算機固有の性質に一致することは明かである。

4. 並列型ネスティッド・ダイセクション法の計算事例

上で示したネスティッド・ダイセクション法の計算効率を実例を用いて調べる。比較のためにガウス消去法と帯行列法の2手法、およびそれらをパラレル計算機用にチューニングした計算法を利用する。なお、このチューニングでは対象とする行列を奇数行・偶数行に分け、それぞれをルート・サブプロセッサで処理する。ネスティッド・ダイセクション法ではグリッ

ド状に配置された諸点を上・下の2部分に等分割して、各々をルートおよびサブプロセッサで処理する。なお、2部分の共通部分の処理はルート・プロセッサで行う。(図2参照)

例題は正方形領域を(8×8), (15×15)の小正方形に分割し、四周辺を固定したものである。一点の自由度を1としていることより、前者では49、後者では225の自由度を持つ。上記様々な計算法による演算時間をまとめたのを表1に示す。

表1 演算時間の比較

計算法	ガウス法		帯行列法		ダイセクション法	
	単	複	単	複	単	複
(8×8)	316.2	261.2	17.6	20.8	15.8	11.8
(15×15)	31690.1	24149.6	286.3	272.2	240.7	136.8

なお、単・複は各々直列、並列計算を示す。また示された数字の単位はmsecである。上の計算結果よりネスティッド・ダイセクション法は他の手法に比べて並列計算効率が非常に良く、また対象系が大きくなればなるほどさらに良くなることが分かる。

5. あとがき

ネスティッド・ダイセクション法の計算過程を見ても分かるように、もしCPUが4個あればこの計算手法の効率は更に良くなり、また計算アルゴリズムも単純化できると考えられる。今後その様な試行を行う予定である。なお、本研究は科学研究費の補助(試験研究B(2)02555102)を得て行われたものである。

1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
2	2	2	3	2	2	2	4	2	2	2	3	2	2	2
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
2	2	2	3	2	2	2	4	2	2	2	3	2	2	2
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
2	2	2	3	2	2	2	4	2	2	2	3	2	2	2
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
2	2	2	3	2	2	2	4	2	2	2	3	2	2	2
1	2	1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1

図 1

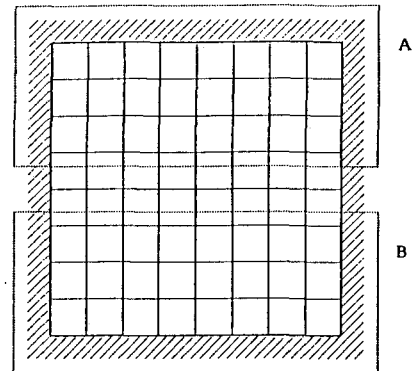


図 2

参考文献

- [1] A. George, "Nested dissection of a regular finite element mesh", SIAM J. Numer. Anal., Vol.10, No.2, (1973), pp.345-363
- [2] A. George, "An automatic one-way dissection algorithm for irregular finite element problems", Lecture Note in Mathematics 630 (ed. G.A. Watson) Springer (1977), pp.76-89