

鋼構造立体骨組の複合非線形解析に関する一研究

日 本 工 営 正 員 ○ 山田憲治 徳島大学工学部 学正員 袁 紅茵
 徳島大学工学部 正 員 平尾 潔 阿 南 工 専 正 員 笹田修司

1. まえがき 安全性照査を目的とした鋼構造骨組の非線形挙動や終局耐力の算定には、幾何的並びに材料の両非線形性を考慮した立体解析が必要である。そこで本研究では、既往のこの種の解析法のうちで汎用性に優れた小松ら¹⁾の解析法に注目し、これに倉西ら²⁾の断面分割要素の降伏に関する線形補間、崎元ら³⁾のひずみ硬化時の塑性流れ法則を導入した一複合非線形解析法について研究し、その解析プログラムの作成を試みた。そして2、3の解析結果をもとに、本解析法の精度並びに演算時間に関する事項について若干の比較検討を行った。

2. 解析方法 本解析では、1) 部材の断面は薄肉閉断面とし、材料は図-1に示すような相当応力-ひずみ関係を有するものとする。2) 捩じりは St. Venant の捩じりのみを考慮し、剪断変形、反り及び反り捩じりは無視する。3) St. Venant 捩じりによる剪断流れは断面内では一様とし、剪断中心はその位置を変えない。4) 材料の降伏は Von-Mises の降伏条件に従い、塑性領域における応力とひずみの増分関係は Plandtl-Reuss の関係式に従う。5) 平面保持の仮定が成立し、局部座屈は生じないなどの仮定を設けている。

次に、直応力 σ と剪断応力 τ との組合せ応力下における応力-ひずみの増分関係式は、図-1 及び解析上の仮定4) より、次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta \sigma \\ \Delta \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(1-D_1) & -ED_2 \\ -ED_2 & G(1-D_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 E 、 G は弾性係数及び剪断弾性係数である。また $D_1 \sim D_3$ は次式で与えられ、弾性域では0である。

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= E\sigma^2/3GB, D_2 = \sigma\tau/B, D_3 = 3\tau^2/B \\ B &= H(\sigma^2 + 3\tau^2)/3G + E\sigma^2/3G + 3\tau^2 \\ H &= EE_{ST}/(E - E_{ST}), (H=0: \text{for } \varepsilon_E \leq \varepsilon_{ST}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

一方、図-2のように、ある荷重のもとで釣合にある前行状態 i と、この状態から微小な荷重増分をうけて変形した現行状態 $i+1$ に対する部材座標系をそれぞれ (x, y, z) , (ξ, η, ζ) とし、図-3に示すように、この間の剪断中心 O における変位増分を Δu , Δv , Δw , 捩じれ角増分を $\Delta \phi$ とすれば、断面内の任意点 $P(\eta, \zeta)$ におけるひずみ増分 $\Delta \varepsilon$, $\Delta \gamma$ は、高次の項を無視して、次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon &= \Delta u' + \{ (\Delta v')^2 + (\Delta w')^2 \} / 2 \\ &\quad - (\eta - \zeta \Delta \phi) \Delta v'' - (\zeta + \eta \Delta \phi) \Delta w'' \\ &\quad + \{ (\eta^2 + \zeta^2) \cdot (\Delta \phi')^2 \} / 2 \\ \Delta \gamma &= r_s \Delta \phi' \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 r_s は剪断中心 O から P の接線に下した垂線の長さを、また、 $'$ は x に関する微分を表わす。次に、部材要素内では変位増分 Δu , $\Delta \phi$ 、及び、 Δv , Δw が近似的に x の1次式、及び、3次式で表わされるものと仮定し、ポテンシャルエネルギーの停留原理を適用すれば、部材要素に対する増分材端力-材端変位関係が次式のように得られる。

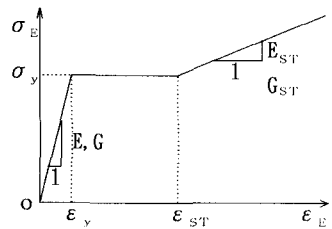


図-1 相当応力-ひずみ関係

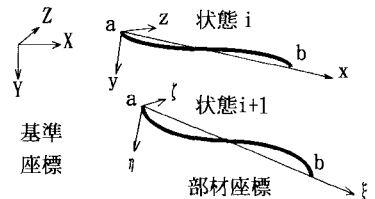


図-2 座標系

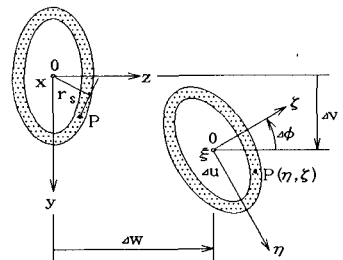


図-3 増分変位

$$(k_e + k_p + k_g) \Delta u = \Delta p - (f - p) \quad (4)$$

ここで k_e 、 k_p 、 k_g 、 Δu 、 Δp

は、それぞれ弾性剛性行列、塑性剛性行列、前行状態 i における初期応力行列、増分変位ベクトル及び増分材端力ベクトルを表わす。また、 $(f - p)$ は材端断面力 f と材端力 p との差すなわち不釣合力を表わす。さらに、式 (4) に座標変換をほどこせば、基準座標系に対する同様な関係式が次式のように得られる。

$$(K_e + K_p + K_g) \Delta U = \Delta P - (T f - P) \quad (5)$$

ここで、 T は座標変換行列を表わす。

また、周知の剛性行列の重ね合わせにより、式 (5) と同形の骨組全体の増分釣合式が得られる。なお、本解析法における解析手順はつぎのようである。1) 荷重増分 ΔP に対する変位増分 ΔU を求め、 ΔU を用いて座標変換行列 T を修正し、この T と ΔU より Δu を求める。2) 式 (3)、(1) より部材端断面の各分割要素における増分応力 $\Delta \sigma$ 、 $\Delta \tau$ 並びに合計応力 σ 、 τ を求め、断面力 f 及び断面諸量を計算する。3) K_e 、 K_p 、 K_g を修正する。また不釣合力 $(T f - P)$ の収束判定を行い、未収束の場合には $\Delta P = (T f - P)$ として、1) の手順へ帰る。4) 断面分割要素の降伏判定を行い、降伏条件を犯す場合には荷重増分 ΔP を減じて、1) へ帰る。5) 新たな荷重増分 ΔP を与え、1) ~ 4) の手順を繰返す。6) 骨組全体の剛性行列の行列式が ≤ 0 となるか、変位が急増した時点で骨組は崩壊したものとみなし、解析を終了する。

3. 解析結果 詳細は発表会当日にゆずり、ここでは図-4、図-5に、図中に示すような2ヒンジ半円リブアーチを対象とした部材数並びに断面分割数の相違による $P-V_c$ 曲線を比較して示しておく。

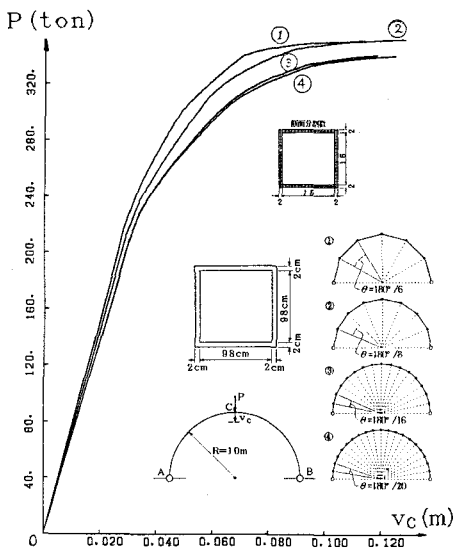


図-4 部材数の相違

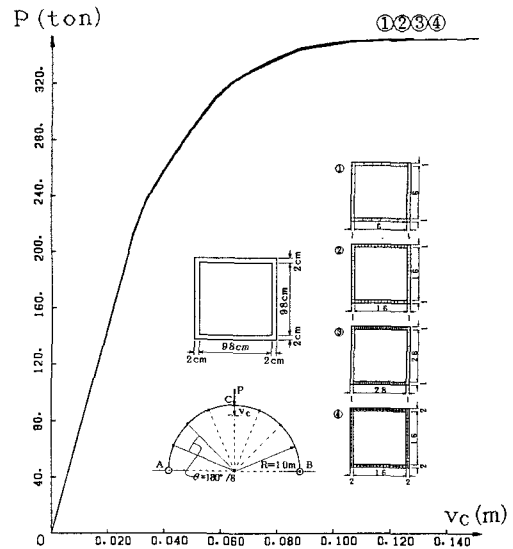


図-5 断面分割数の相違

4. まとめ 本研究結果を要約すれば、1) 本解析法では部材並びに断面の分割数によって解析結果が異なる。2) あまり大きな荷重増分を与えると収束値が得られなくなることがあり（特に塑性域では）好ましくない。3) 収束判定誤差の値をあまり大きくすると、誤差の累積等により収束値が得られなくなる場合がある。したがって、4) これらの諸量は要求される解の精度と演算時間の両面から決定する必要がある。

参考文献 1) S. Komatu and T. Sakimoto; Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross-Sections, Proc. of JSCE, No. 252, pp. 143-157, Aug., 1967. 2) 倉西・矢吹; 鋼アーチ橋の極限強度に及ぼす横構剛性の影響について、土木学会論文集、第 305号、pp. 47-58, 1981年 1月. 3) T. Sakimoto, T. Yamao, R. Kikuchi and T. Sakata; Nonlinear Analysis of Thin-Walled Frames and Members with Arbitrary Open Cross Sections, Proc. of JSCE, No. 362/I-4, pp. 139-147, October 1985.