

## B E T Mによる分岐断面を有する構造部材の解析

愛媛大学工学部 正 大賀 水田生  
 三井造船(株) 正 小東 薫 範  
 四国建設コンサルタント(株) 正 ○武智 秀二

1.まえがき

近年、境界要素法(BEM)と伝達マトリックス法(TMM)を組み合わせた構造解析法(BETM)が平板及び折板構造に対して提案されている。この方法は有限要素法(FEM)と比較して少ない入力データ量及び演算時間で解析が行えること、内点の状態量を容易に求められることなどの境界要素法の特徴を保持しているとともに、境界要素法を適用することが困難な変断面を有する平板及び連続板にも簡単に適用できることなどの利点を有している。そこで、本研究ではこの解析法を、T型及びI型断面部材などのように分岐断面を有する構造部材に適用するため、主板パネルと分岐パネルの接合線上での変位の連続性及び断面力の釣合を考慮できる拡張伝達マトリックスを誘導し、この拡張伝達マトリックスを導入したBETMを用いてT型及びI型断面部材の数値計算を行い、FEMによる結果と比較することにより本解析法の精度及び計算効率を検討した。

2.薄肉断面部材に対する格間伝達マトリックス

図-1に示すように、薄肉断面部材をいくつかの平板(副領域)に分割し、各副領域に対して、二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対するBEMの基礎式を作成し、それらの式を変形することにより副領域の左右の境界上の状態量 $z$ を関係づける格間伝達マトリックス $T_m, T_b$ を誘導する。

$$\bar{Z}_m^R = \bar{T}_m \cdot \bar{Z}_m^L, \quad \bar{Z}_m = \{u, v, N_x, N_y\}^T \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\bar{Z}_b^R = \bar{T}_b \cdot \bar{Z}_b^L, \quad \bar{Z}_b = \{w, \theta, Q, M\}^T \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $u, v, w: x, y, z$ 方向の変位、 $N_x, N_y, Q: x, y, z$ 方向の断面力、 $\theta, M: タわみ角及び曲げモーメント$ であり、添字 $m, b$ は二次元弾性問題及び板の曲げ問題に関する量、上線は副領域の局所座標に関する量であることを示している。

これらの格間伝達マトリックス $\bar{T}_m$ 及び $\bar{T}_b$ を組み合わせることにより、面内及び面外成分を同時に考慮できる格間伝達マトリックスが次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} u, v, N_x, N_y, w, \theta, Q, M \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \bar{T}_m & 0 \\ 0 & \bar{T}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u, v, N_x, N_y, w, \theta, Q, M \end{bmatrix}^T, \quad \bar{Z}^R = \bar{T} \cdot \bar{Z}^L \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、全体座標系と任意の副領域の局所座標系を関係づける座標変換マトリックス $R$ を導入することにより、全体座標系に関する伝達マトリックス $T$ が次のように得られる。

$$Z^R = R^T T R Z^L = T Z^L \quad \dots \dots \dots (4)$$

3.拡張伝達マトリックス

図-2に示すT型断面部材の主板パネルと分岐パネルの接合節線 $i$ での変位の連続条件及び断面力の釣合条件より、それぞれ次のような式が得られる。

変位の連続式

$${}^e Z_{M1} = {}^e Z_{B1}$$

$${}^e U_M + Z_{M0} - {}^e U_B + Z_{B0} = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

断面力の釣合式

$$\begin{aligned} Z^{R_M1} &= Z^{L_M1} + F_z Z_B1 \\ &= U_M + Z_{M0} + F_z U_B + Z_{B0} \quad \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $\delta, F$ は変位及び断面力に関する量、 $M, B$ は主板パネル及び分岐パネルに関する量、 $L, R$ は接合節線 $i$ の左側及び右側の状態量であることを示している。

式(5), (6)をマトリックス表示することにより、主板パネル及び分岐パネルの初期状態量 $Z_{M0}$ 、

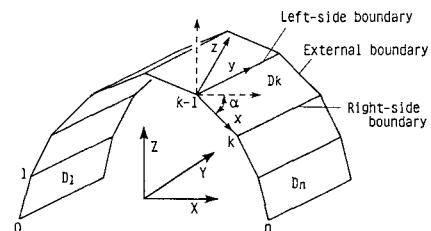


図-1 副領域分割

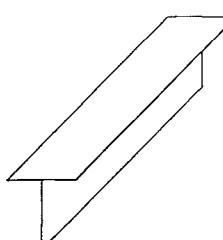


図-2 分岐断面部材 (T型)

$z_{B0}$  と接合節線 i の右側状態量  $z_{M_i}^R$  を関係づける拡張伝達マトリックスが次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} z_{M_i} \\ 0 \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} U_{M_i} & F U_{B_i} \\ \delta U_{M_i} & -\delta U_{B_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{M_0} \\ z_{B_0} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (7)$$

さらに、状態量  $z_{M_i}^R$  を右端節線 n まで伝達することにより、節線 n での状態量  $z_{M_n}$  と初期状態量の関係式が次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} z_{M_n} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{M_n} U_{M_i} & U_{M_n} F U_{B_i} \\ \delta U_{M_n} & -\delta U_{B_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{M_0} \\ z_{B_0} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここで、右端の境界条件を考慮することにより初期状態量  $z_{M_0}, z_{B_0}$  が求められる。

#### 4.数値計算例

図-3に示す両端がピン支持されたT型断面部材がフランジに等分布荷重を受ける場合の解析を本解析法及びFEMを用いて行った。BETMではフランジを2つの副領域に分け、ウェブを1つの副領域とし、さらに各副領域の境界を26個の境界要素に分割した。一方、FEMでは部材全体を12X12の四角形要素に分割した。図-3に両解析法によるフランジ中央でのたわみ曲線の比較を、表-1に中央点Pでの鉛直変位、演算時間及びマトリックスサイズの比較を示している。両解析法による解の誤差は3.23%と良く一致しており、BETMではFEMの63.5%の演算時間及び13.1%のマトリックスサイズで解が得られた。図-4に示す両端がピン支持されたI型断面部材が上フランジに線荷重を受ける場合の解析をBETM(5副領域、26境界要素分割)及びFEM(12X18四角形要素分割)を用いて行った。図-4に両解析法による上フランジ中央でのたわみ曲線の比較を、表-2に中央点Pでの鉛直変位、演算時間及びマトリックスサイズの比較を示している。両解析法による解の誤差は3.52%と良く一致しており、BETMではFEMの61.6%の演算時間及び13.4%のマトリックスサイズで解析が可能であった。

#### 5.あとがき

拡張伝達マトリックスを導入したBETMにより分岐断面を有する薄肉断面部材の解析が精度良く行えることが確認された。また、計算に必要なマトリックスサイズはFEMに比較して小さく、計算機容量及び演算時間が大幅に軽減されることが明らかとなった。

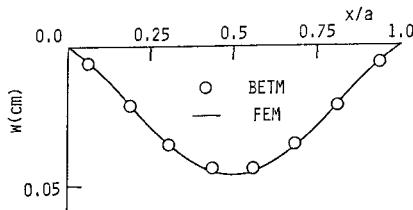
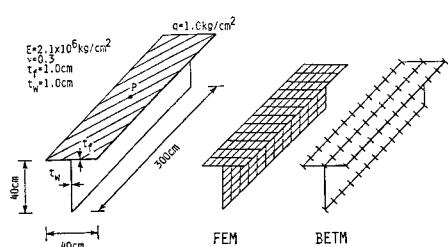


図-3 T型断面部材

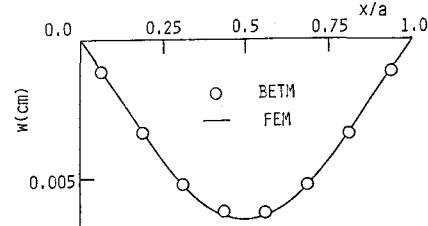
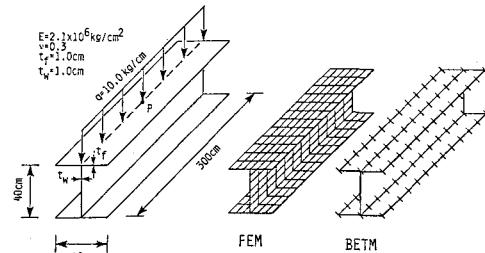


図-4 I型断面部材

表-1 変位及び計算時間の比較 (T型)

	w(cm)	CPU(sec)	MAT.SIZE
FEM	0.0463	1322.6	1014x108
BETM	0.0448	839.9	146x98
ERROR(%)	3.23	63.5	13.1

表-2 変位及び計算時間の比較 (I型)

	w(cm)	CPU(sec)	MAT.SIZE
FEM	0.00653	2080.1	1482x144
BETM	0.00630	1281.3	195x147
ERROR(%)	3.52	61.6	13.4