# き裂をもつ帯板の体積力法による解析

大成建設株式会社　正員○前田政弘　（株）熊谷組　小篠一伸
徳島大学工学部　正員　沢田　勉　徳島大学工学部　正員　児嶋弘行

1．はじめに　現在、土木構造物の破壊の１つの原因として、部材中に発生した微小き裂の成長によるぜい性破壊があげられ、き裂の成長に対する定量的評価のため、き裂をもつ構造部材の応力解析の必要性が高まっている。き裂をもつ材料の挙動はIrwin によって提唱された線形破壊力学の考えから取り扱うことができるが、線形破壊力学を用いるうえで、き裂先端の応力分布、変位を与える指標として応力拡大係数があり、この値を正確に知ることが重要である。本報告は、き裂をもつ任意形状の薄肉鋼板の耐荷力算定の基礎的な研究として、応力拡大係数の一決定法について、西谷[1]により提案された体積力法の理論をもとに、一個のき裂をもつ半無限板、中央き裂・縁き裂をもつ帯板に関して定式化を試み、解析を行ったものである。

2．体積力法による中央き裂をもつ帯板の解析　体積力法によって二次元問題を解く場合は、切欠きやき裂をもたない無限板における集中力による応力場を基本とし、解は与えられた境界条件を満足するように集中力による応力場を重ね合わせることにより得られる。これらの基本となる応力場を用いて、原理的にはすべての問題が解けるが、半無限板や帯板などの問題に対しては、半無限板や帯板の一点に集中力が作用したときの応力場を用いるほうが都合よく解けるため、本解析では帯板に関する基本応力場を用いて応力拡大係数を求めた。

図１のような板の中央部にき裂をもつ帯板を解くための手順を次に示す。

1）図１の曲線ＡＢをＭＭ個に等分割する。

2）影響係数$\sigma_{xM}$を計算する。（影響係数はＮ番目の分割区間における単位密度をもつ体積力対によってＭ番目の区間の中点に生ずる応力である。）

3）未知数$\gamma_N$（求める無次元化された応力拡大係数$F_I$）と影響係数$\sigma_{xM}$を用いて、Ｍ番目の区間の中点に応力自由条件を適用する。このとき、ＭＭ個の線形方程式の集合が次のように得られる。

$$\sum_{N=1}^{MM} \gamma_N \ \sigma_{xM} + \sigma_0 = 0 \quad (M : 1 \sim MM)$$

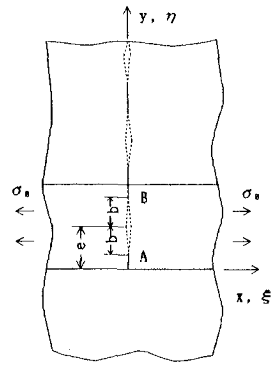


図１

4）上式を解いて$\gamma_N$の値を決定する。

5）　$k_{IA}=\gamma_1\sqrt{\pi b}$　，$k_{IB}=\gamma_{MM}\sqrt{\pi b}$

の両式に$\gamma$を代入し、き裂先端の応力拡大係数$k_{IA}$，$k_{IB}$を得る。

6）応力と応力拡大係数の関係式より、任意点の応力が$\gamma_N$の線形結合の形で表される。

7）ＭＭの有限性による誤差は、１／ＭＭにほぼ比例するので、ＭＭ→∞に対する応力拡大係数の値は、２個以上のＭＭの値に対する２個以上の$k_I$の値から外挿することによって得られる。

影響係数$\sigma_{xM}$の値は、弾性論より導かれる、無限板の一点に集中力が作用するときの任意点に生ずる応力をもとにして計算することができ、次の二つの応力場から構成される。

Ⅰ）無限板に周期的に働く集中力による応力場

Ⅱ）Ⅰ）の応力場によって発生する、帯板の直線境界における応力を打ち消すことにより生ずる応力場

この２つの応力場をたしあわせ、必要な微分・積分を行うことで$\sigma_{xM}$は求められる。

3．数値計算および考察　　体積力法を用いて、き裂をもつ半無限板、中央き裂・縁き裂をもつ帯板を対象に、応力拡大係数を定めるための体積力対の密度 $F_I$ （$\gamma$）を計算したが、ここでは中央き裂をもつ帯板に関する解析結果のみを簡単に示す。なお、結果の妥当性の確認については、小篠[2]によって境界要素法を用いて計算された解を参考にして、比較・検討を行っている。図2は外挿の例として、$b=0.6, e=1.0, \sigma_o=1.0$ の場合で $M=10, 20, 30$ の3つの分割数に対して $F_I$ を求めそれを直線回帰したものである。この例では、回帰直線とy軸との交点のy座標である1.29379 を外挿値としている。図3は本解析で得られた解と境界要素法で同様なモデルに対して計算した結果を比較したものであるが、縦軸の $F_I$ は図2の方法で外挿した値を用いている。図3は帯版の直線境界からき裂の中心までの距離に対してき裂の寸法を変化させたときの、$F_I$ に与える影響を示したものであるが、この図から、き裂の寸法を無限に小さくしていくと、$F_I=1.0$ という値に収束しており、しかも $b/e$ が0.2 ～0.3 付近から急激に $F_I=1.0$ に近づいていることがわかる。これはき裂をもつ無限板に対する $F_I$ の値であることから、き裂の長さを板幅に比べて小さくしていった場合、帯板は無限板として取り扱うことができ、特に板幅がき裂の長さの4～5倍以上になると、無限板とみなせることになる。また図3をみると、本解析による解は境界要素法による解と非常に良くあっており、解析結果の精度も妥当なものであることが証明されている。
き裂をもつ半無限板、縁き裂をもつ帯板の解析結果も含めて、本解析で明らかとなったことは次のとおりである。

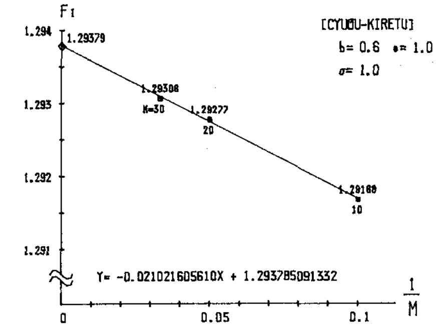

図2

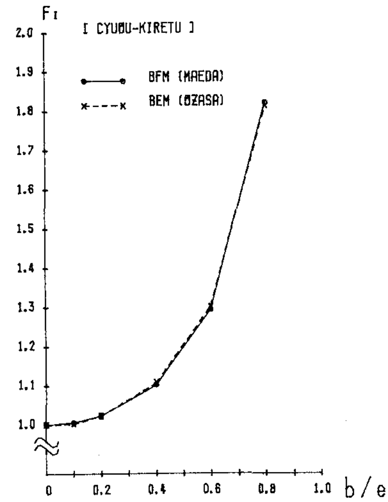

図3

1）寸法の大きなき裂を解析する場合には、細かい分割を行って外挿値を決定する必要がある。
2）中央き裂・縁き裂をもつ帯板のように、複雑な計算過程を経て解を導くような問題に対しては、計算機の精度は高精度のものが要求される。
3）き裂が半無限板や帯板の直線縁から板の内部に向かって、き裂の長さの4～5倍以上の位置にある場合は、その半無限板・帯板は無限板とみなせる。
4）板の内部にき裂がある場合よりも縁にき裂が存在するほうが、微小なき裂の場合はき裂先端部の応力拡大係数は大きくなる。
5）複雑な被積分関数を有する積分の計算が、中央き裂や縁き裂をもつ帯板に関する解の精度に大きな影響を与える。

4．おわりに　　き裂をもつ数種の板に対して、体積力法を用いて応力拡大係数の値を比較的精度良く求めることができたが、帯版の解析における数値積分の処理と解析プログラムの汎用性という点に問題を残しており、これらは今後の研究課題である。


参考文献　1）西谷弘信：両縁にだ円弧切欠きまたはき裂を有する帯板の引張り（日本機械学会論文集）
2）小篠一伸：き裂をもつ矩形板の境界要素法による一解析（徳島大学卒業論文）