不完備情報下における交通均衡概念について

鳥取大学工学部　正員　小 林 潔 司

1．はじめに

近年、交通量配分理論は新しい展開をみせつつある。特に、経路情報の不完備性に着目したドライバーの経路選択行動に関する研究は、道路網の信頼性や経路誘導の方策を検討するための基礎研究として位置付けられる。本稿では、「ドライバーは各経路の走行状態について主観的な予想を行うとともに、その経路情報の不完備性を考慮したうえで合理的な経路選択を行う」という行動仮説を提案する。そして、ドライバーの経路選択における情報の役割を明示的に考慮した交通均衡概念に関する一つの新しい考え方を提示する。

2．経路情報の不完備性

ドライバーが経路選択時に利用する情報を、共有情報と私的情報に区別する。共有情報とは、複数の交通主体が共有できる情報であり、1)道路網の特性、2)公共主体が供給する経路情報、3)天候、曜日等の外的条件に関する情報が含まれる。一方、私的情報とは、各ドライバーが主観的に持ちえる情報であり、他人にはその内容はわからない。経路情報が不完備であるとは、経路情報が不完全(確定的に把握できない)であり、その一部が他人に知られない私的情報により構成されていることを言う。公共主体による経路情報の提供は、ドライバーが経路情報を信用しそれを経路選択に利用する限り、情報の不完備性を低減させる効果を持つ。

3．ドライバーの情報構造

ドライバーが利用可能な経路情報の集合をω'、すべての情報集合ω'の集合をΩ'、ドライバーの集合をTと定義する。ドライバーt(t∈T)は、情報集合ω'に含まれる情報のうち、一部の情報を用いて経路選択を行う。ドライバーt∈Tが利用した情報集合を対応関係$\Phi_t : \Omega' \to \{\omega_t\} \in \Omega'$により定義する。$\Phi_t$は、情報集合の部分集合を指定する。情報集合$\omega'$が不完備である場合、ドライバーtは情報$\Omega'/\{\omega_t\}$を獲得できない。ドライバーが有する情報構造$\omega \in \Omega$を以下のように表現する。

$$\omega = (\omega', (\Phi_t(\omega'))_{t \in T}) \qquad (1)$$

ドライバーtは獲得した情報$\Phi_t(\omega')$の下で条件付き生起確率密度関数$\pi_t(\omega | \Phi_t(\omega'))$に基づいてその時点で実現するであろう情報構造を想定すると考える。また、ドライバーは長期的には経路選択行動による事後情報の蓄積により主観的生起確率密度関数π_tを逐次修正していくと考える。

4．不完備情報下での経路選択行動

ドライバーt∈Tが選択可能な経路集合をθ_t、すべてのドライバーが利用可能な経路集合をΘ、ドライバーtが利用する経路情報を$\overline{\omega}_t (= \Phi_t(\omega'))$と表そう。情報構造$\overline{\omega} (= (\omega', (\Phi_t(\omega'))_{t \in T}) \in \Omega$が真の情報構造として実現したと考えよう。ドライバtーが利用可能な経路情報は$\overline{\omega}_t$であり、彼はどのような情報構造$\overline{\omega}$が実現しているかを知ることができない。ドライバーtは条件付き確率密度関数$\pi_t(\omega | \overline{\omega}_t')$を用いて各経路の走行状態を推測すると考える。いま、彼が選択する経路を$\gamma_t(\overline{\omega}_t : \pi_t)$と表現しよう。同様に、すべてのドライバーt∈Tが選択した経路の集合を$\gamma(\overline{\omega} : \pi) = \{\gamma_t(\overline{\omega}_t : \pi_t)\}_{t \in T}$と表すこととする。つぎに、経路a∈$\theta_t$の走行時間$t_a$を、集合関数(ペイオフ関数)$\tau_a : \Omega \to R$により表そう。情報構造$\overline{\omega}$が実現した時、ドライバーが選択した経路の集合は$\gamma(\overline{\omega})$となる。経路aの走行時間は$\tau_a(\gamma(\overline{\omega}))$により表現できる。この時、ドライバーtが主観的に想定する経路aの期待効用は

$$E_s[U\{\tau_a(\gamma(\overline{\omega} : \pi)), \overline{\omega}_t\} | \overline{\omega}_t] = \int_{\omega \in \Omega} U\{\tau_a(\gamma(\overline{\omega} : \pi)), \overline{\omega}_t\} \pi_t(\omega | \overline{\omega}_t) d\omega \qquad (4)$$

となる。E_sは主観的期待値である。不完備情報下における均衡解はすべてのt∈Tに対して

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t : \pi) = \arg\max E_s[U\{\tau_a(\gamma^*(\overline{\omega} : \pi)), \overline{\omega}_t\} | \overline{\omega}_t] \qquad (5)$$

が成立するような経路集合$\gamma^*(\overline{\omega} : \pi)$と定義できる。

ここで一つの問題が生じる。式(5)では、各ドライバーは他のドライバーの主観確率πとそれに基づく経路選択行動$\gamma^*(\overline{\omega} : \pi)$に関する情報を利用して各経路の期待効用を求めている。しかし、そもそも主観確率πは個々のドライバーが占有する私的情報であり、各ドライバーは他人の主観確率πに関する情

報を獲得できない。このままでは式(5)に基づいて均衡解を求めることができない。

5．不完備情報下での交通均衡

複数のプレーヤが不完備性情報の下で非協力的に競争するような不完備情報ゲームはそれと等価な不完全情報ゲーム(Seltenゲーム)に置換できる。そこで、不完備性情報下の交通均衡問題を不完全情報下の均衡問題に置換しよう。以上では、情報構造$\overline{\omega}$は確定的に実現しておりドライバーはどの情報構造が実現しているのかを知りえないと仮定していた。上の議論を拡張し、情報構造自体が確率的に変動すると考えよう。いま、ある偶然により情報構造ωが実現すると考える。ドライバーは自分が獲得した経路情報$\overline{\omega}_t$とその生起分布を知っている。確率$\psi(\omega|\overline{\omega}_t)$を経路情報$\overline{\omega}_t$が生起した場合に情報構造$\omega$が生起する条件付確率密度関数であると定義しよう。確率ψ_tは、情報構造の生起状態を支配している確率分布より導出することができる。ドライバーの主観確率$\pi_t(\omega|\overline{\omega}_t)$を以下のように定義する。

$$\pi_t(\omega|\overline{\omega}_t) = \psi(\omega|\overline{\omega}_t) = \Pi(\omega)/\overline{\Psi}(\overline{\omega}_t) \qquad (6)$$

$\overline{\Psi}(\overline{\omega}_t)=\int_{\omega^t\in\Omega^t} d\Pi(\omega^t, \overline{\omega}_t)$、$\omega^t=\{\omega/\overline{\omega}_t\}$である。式(6)はドライバーの事後的な学習行動を通じて、最終的にドライバーの主観確率が、情報構造の生起確率密度関数$\Pi(\omega)$より導出される条件付き生起確率密度関数$\psi(\omega|\overline{\omega}_t)$に一致することを要求している。経路選択問題の均衡解は、任意の$t\in T$と任意の$\overline{\omega}\in\Omega$に対して、

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\psi) = \arg\max_a E[U\{\tau_a(\gamma^*(\overline{\omega}:\psi)), \overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t] \qquad (7)$$

が成立するような経路集合$\gamma^*(\overline{\omega}:\psi)$と定義できる。

数学的には、式(7)で定義される均衡解は、不完備情報ゲームにおけるベイズ＝ナッシュ均衡解に他ならない。本研究では、式(7)を満足する均衡解を、「不完備情報下における交通均衡」と呼ぶ。

6．交通均衡モデルの導出

5．で定義した交通均衡(7)においては、各ドライバーの主観的確率密度関数ψを与件と考えており、ψ自体がどのように形成されたのかを説明していない。ドライバーは選択した経路の実際の走行状態に関する情報を事後的に獲得できる。この時、一つの長期的な均衡概念として、すべてのドライバーが自己が有する事前情報を修正しなくなったような状態を考えることができる。本研究では、このような均衡状態を期待均衡と呼ぶことにしよう。

期待均衡は、ドライバーが主観的に考える確率分布ψが、実際に実現する客観的な確率分布に等しくなるような状況と定義できる。このような期待均衡は式(7)を同時に満足するようなψを求める問題に帰着される。一般的な条件の下で期待均衡を解析的に求めることは困難であり、シミュレーションに頼らざるを得ない。しかし、ドライバーの私的情報が互に独立であると仮定した場合、操作的な配分モデルを誘導することは可能である。紙面の都合上、その詳細を記述することは不可能であるが、その一例について結果のみを簡単に示す。単一ODをとりあげよう。ドライバーの効用関数が絶対危険度一定であり、各リンクの走行時間が線形関数で表せるとしよう。経路情報$\overline{\omega}_t$下の経路aに対する期待効用$E_s[U_a|\overline{\omega}_t]$を以下のように定義する。

$$E_s[U_a|\overline{\omega}_t]=\tau_a(x)+\kappa(\sigma_a^2)+\overline{\omega}_{at} \qquad (8)$$

ここに、xは経路交通の平均値ベクトル、κは経路交通量の分散σ_a^2に伴うリスクプレミアムである。私的情報$\overline{\omega}_{at}$がワイブル分布に従って分布すると仮定すれば、期待均衡は次式を満足するようなx^*, σ^*として求めることができる。

$$x^*_a=Qp, \sigma^{*2}_a=Qp(1-p) \quad a\in\Theta \qquad (9)$$

ここに、$p_a=\exp\{\lambda[\tau_a(x^*)+\kappa(\sigma^{*2}_a)]\}/\Sigma_a\exp\{\lambda[\tau_a(x^*)+\kappa(\sigma^{*2}_a)]\}$、QはOD交通量である。

7．おわりに

本稿では不完備情報下における交通均衡概念に関する一つの試案を提示した。本研究のねらいは、ドライバーの経路選択行動における経路情報の役割を積極的に分析できるような新しい交通量配分理論を開発するところにある。本研究は緒についたばかりであり、均衡解の存在性とその一意性の証明、操作的な配分モデルの提案等今後に残された課題は多い。現在、簡単な数値計算を行っているが、それについては講演時に発表する。なお、本研究の遂行にあたっては岡田教授，多々納助手(鳥取大学)，朝倉講師(愛媛大学)との議論を通じて多くの知見を得た。ここに感謝の意を表します。

(参考文献)Harsanyi,J.C.:Games with incomplete information played by Bayesian players,MS,1967.