

一般化エントロピー指標による公共施設整備水準の評価

鳥取県 正員 ○山中明夫
鳥取大学工学部 正員 岡田憲夫
鳥取大学工学部 正員 小林潔司

1. はじめに

従来より、公共施設の整備水準の評価にあたっては効率性と公平性という二つの視点の重要性が指摘されている。効率性を重視する方法とは、個人の効用の総和を社会的厚生（尺度）と考えて、代替案の望ましさを順序づける方法をいう。この方法は、社会的な効用の総和が個人の間でいかに配分されるかを考慮していないという問題点を有している。従って、効率性を示す尺度では不平等に関する評価を行えない。一方、公平性を重視する方法は、不平等を最小にしようとする立場に立っている。しかし、公平性を重視して結果が効率性基準を満足する保証はない。このように、公平性と効率性はトレード・オフの関係にある。したがって、この二つの基準を同時に満足するような代替案を見つけることは困難である。本研究では、計画者が個人々の効用の水準とその分布状況を比較しながら、公共施設の望ましい整備水準を評価する問題をとりあげる。計画者が、異なる個人の効用水準を完全に中立的に比較することは不可能である。何らかの特定の価値基準に基づいて評価せざるを得ない。そこで、以下では、代替案評価において用いるべき基本的な価値基準について考察する。また、効率性と公平性という二つの考え方の間のトレード・オフの関係を一元的に表現できるような評価指標について考察する。

2. 問題の定義

本研究では、公共主体の立場から、公共施設の整備水準を評価する問題をとりあげる。個人 i ($i=1, \dots, N$) の効用水準を x_i と表わし、個人の評価結果の集合 x を $x=(x_1, \dots, x_n)$ と定義する。この個人の評価結果の集合を社会的プロフィールと呼ぶ。公共システムの評価問題は社会的プロフィールに対して社会的選好関係を規定することである。その時、社会的プロフィールの望ましさを示す評価指標を、社会的選好関係を強単調に変換する連続関数 $u(x): E^N \rightarrow R$ として定義することとする。ここに、 E^N は各個人の評価結果を示す N 次元ユークリッド空間である。

3. 評価のための価値基準

記述したように計画者が完全に中立的に異なる個人の効用水準を比較することは不可能である。何らかの特定の価値基準に基づいて評価せざるを得ない。本研究では、公共施設の整備水準を評価するための基本的価値基準を以下のようにとりまとめる。

条件1) 無名性基準 u はその変数 x_i ($i=1, \dots, N$) に対して対称的である。変数の順序を入れ換えても評価値は変化しない。この条件は、すべての個人が平等に取り扱われなければならないことを示す。

条件2) パレート性基準 $x, y \in E^N$ かつすべての i ($i=1, \dots, N$) に対して、 $x_i \geq y_i$ であれば、 $u(x) \geq u(y)$ 。すべての i に対して $x_i > y_i$ であれば $u(x) > u(y)$ 。具体的には、ある一人の効用水準が少しでも改善されれば社会的プロフィールは改善することを意味している。

条件3) 弱公平性原理 $x, y \in E^N$ に対して、 $x_k = y_k$ ($k \neq i, j$) かつ $x_i + x_j = y_i + y_j$ が成立すると仮定する。この時 $|x_i + x_j| < |y_i + y_j|$ が成立すれば、 $u(x) > u(y)$ である。この条件は、公共システムの整備問題に対して、各個人に対するサービス水準の格差をできるだけ減少させるという考え方に基づいている。

条件4) homotheticity 評価関数 u が一次同次な関数 θ の単調関数として $u(x) = f(\theta(x))$ と表現できる場合、 u は homothetic である。この条件は社会的プロフィール x の測定単位を変えてもその選好順序は変化しないことを示している。

4. 評価指標の一般形

いま、 N 人の個人からなる社会を考える。図-1 に計画者が考える無差別曲線を描いている。無差別曲線に対応する評価指標を $u(x)$ とする。評価指標は、各個人の効用水準の関数であり、原点に対し

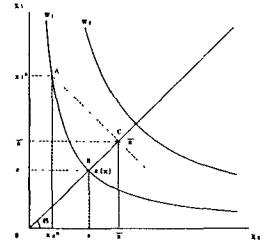


図-1 プロファイルの社会的評価

て強い凸関数となっている。従って、評価関数は条件1、条件2、条件3を満たしている。ある任意の状況 x (A点)にたいして、計画者がそれと無差別であるとする平均的状況 $e(x)$ (B点)を定義する。弱公平性基準を満足する場合、 $\bar{x} > e(x)$ が成立する。 $J(x) = 1 - e/\bar{x}$ が定義できる。 $J(x)$ は個人の不平等が大きいほどその値は大きくなり、平等であれば0となる。 $J(x)$ は個人のプロフィールの不平等による評価値の減分率を表わす。 $J(x)$ を不平等に関する社会的プレミアムと呼ぶ。任意の N (個人数)に対してプレミアム指標の性質及びサブグループ分離性を満足する連続なプレミアム指標 $J(x)$ が存在すると仮定する。この時、評価指標の一般形は任意の単調連続増加関数 ϕ を用いて、

$$v(x) = \phi\{\bar{x}[1 - J(x)]\} = \phi\{\bar{x} \cdot \eta(x)\} \dots (1)$$

と表現できる。また、プレミアム指標は任意の指数 c と $f(0)=0$, $f(x) \leq 1$ を満足する任意の単調連続関数 f を用いて以下のように表現できる。

$$J(x) = f\{\sum_i [(x_i/\bar{x})^c - 1]/nc(c-1)\} \dots (2)$$

$c=0$, $c=1$ の場合には

$$J(x) = f\{\sum_i \log(x_i/\bar{x})/n\} \dots (3)$$

$$J(x) = f\{\sum_i (x_i/\bar{x}) \log(x_i/\bar{x})/n\} \dots (4)$$

と表現される。関数 f を特定化することにより、具体的な評価関数を得ることができる。いま、 $c < 0$ あるいは $0 < c < 1$ の場合、 $f(x) = 1 - (c(c-1)x + 1)^{1/c}$ 、 $c=0$ のとき、 $f(x) = 1 - \exp(-x)$ と仮定すれば、一般化エントロピー指標(アトキンソン指標)を得る。

5. 計算事例

6カ所の公園を有する仮想都市に公園を整備する問題を考える。そして、この公園整備の問題に一般化エントロピー指標を適用する。各リンク間の移動時間を10分とする。個人の公園に対する効用をランダム効用関数

$$U_i(z^k, s) = 6.0 + 3.0A^k - 0.1t^k_i + s^k_i \dots (5)$$

で表わす。ここで、 A^k :公園面積、 t^k_i :最短アクセス時間、 s^k_i :確率効用である。確率効用が互いに独立なワイブル分布に従っていると仮定する。ある地点 t に居住する個人の公園に対する評価結果を合成効用指標

$$x(t) = \lambda^{-1} \ln \sum_{k=1}^K \exp\{\lambda(\alpha + \beta A^k - \gamma t^k_i)\} \dots (6)$$

により示す。ここに、 λ はワイブル分布のパラメータである。異なる個人の公園に対する評価結果を、

アトキンソン指標

$$v = \bar{x} \left\{ \int_T (x(t)/\bar{x})^{(1-\epsilon)} \kappa(t) dt \right\}^{1/(1-\epsilon)} \dots (7)$$

を用いて集計し住民全体での評価を与える。ここに

$$\bar{x} = \int_T x(t) \kappa(t) dt \dots (8)$$

である。 $\kappa(t)$ は、地点 t における都市住民の分布密度関数である。 ϵ は効率性と公平性のトレード・オフを表現するパラメータである。 ϵ の値を大きくするほど社会的厚生の評価において、最も恵まれない人に対する比重を次第に高めることとなる。 $\epsilon=1$ のとき、式(7)において $\epsilon \rightarrow 1$ とした極限値を用いることとする。 ϵ の値をパラメトリックに変化させることにより、効率性を重視した評価と公平性を重視する評価の間のトレード・オフの問題を分析する。仮想都市の各格子点に10人ずつ均等に分布していると仮定する。図-2に示すように ϵ の変化により、最も望ましい地点は36 $\rightarrow$ 26 $\rightarrow$ 16 $\rightarrow$ 7と変化していく。また、図-3に地点36, 地点7に配置した場合の個人の評価結果の等高線を実線で

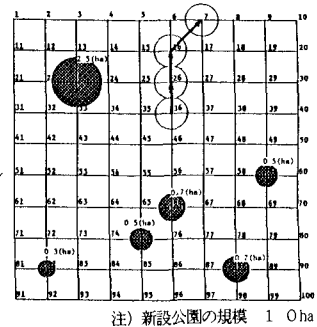


図-2 最適配置点の変化

示す。これらの図より、 ϵ が $0 \rightarrow \infty$ に変化することによって代替案が絞り込めることが判る。

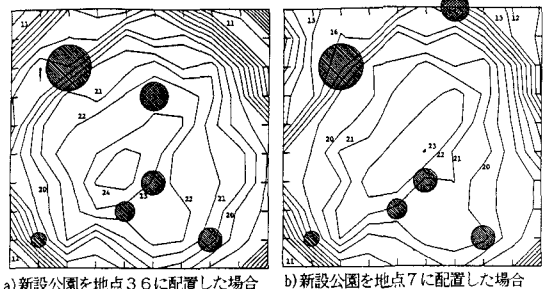


図-3 各地点の個人の評価指標値の等高線図

6. まとめ

一般化エントロピー指標のパラメータ ϵ を変化させることにより、代替案を絞り込むことができた。計画者が ϵ をどの水準にすべきかについては決定されていないなど、今後に残された課題はいくつかあるものの公共施設の整備水準の評価方法に関する一つの有用なアプローチの方法を提示したと考える。