

Segol・Pinder・Gray法に基づく地下水塩水化現象の数値解析について

徳島大学工学部 正 山上 拓男

徳島大学工学部 正 ○ 安富 英樹

1. まえがき:

近年、地下水の塩水化現象が社会問題としてクローズアップされている。この現象は沿岸地域において、種々の原因により海水が内陸部に侵入することによって起こり、その挙動は地下水流況に応じて変化することが知られている。こうした地下水流況や塩分侵入の挙動を把握することは、貴重な水資源である地下水を有効利用するうえで極めて重要であり、コンピューターを用いた数値シミュレーションは、そうした挙動を把握するための有効な手段の一つとなっている。

ここでは、塩分侵入問題を選移領域を伴った移流分散現象としてとらえる。そして、地下水流れの基礎方程式であるダルシー則と質量保存則とを同時に解くSegolら¹⁾による数値解析手法(FEM)に基づいたプログラムとその解析結果について述べる。

2. 基礎方程式および解析手法:

塩水と淡水が混合流体であり、移流分散現象によって塩水化が進行すると考えた鉛直二次元モデルにおいて、地下水流れの基礎式であるダルシー則と

$$V_i + \frac{k_{ij}}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho \cdot g_j \right) = 0 \quad \dots(1)$$

連続の式はそれぞれ次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot V_i) + \rho (\alpha + \phi \cdot \beta) \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} - \rho \cdot q = 0 \quad i, j = 1, 3 \quad \dots(2)$$

ここで、 V_i はダルシー流速、 k_{ij} は固有透水係数、 μ は粘性係数、 p は圧力、 ρ は混合流体密度、 g_j は重力加速度、 ϕ は間隙率、 α 、 β はそれぞれ土、流体の圧縮率、 c は塩分濃度、 q はDiracの δ 関数を用いて $q = \sum_{i=1}^m Q_i \cdot \delta(x_i - x_{i1}) \dots(3)$ 、 Q_i は点 (x_{i1}) に存在する井戸の揚水量、 m は井戸総数である。

また、塩分の移流分散方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\phi \cdot D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (V_i \cdot c) - \frac{\partial (c \cdot \phi)}{\partial t} - c \cdot \phi \cdot \alpha \frac{\partial p}{\partial t} - q \cdot c = 0 \quad i, j = 1, 3 \quad \dots(4)$$

ここで、 D_{ij} は分散係数である。

混合流体における密度と塩分濃度の関係には次式を用いる。

$$\rho = \rho_0 + (1 - E) c \quad \dots(5)$$

ここに、 ρ_0 は淡水の密度、 E は定数であり、海水の塩分濃度に対しては0.3である。

塩水化問題を解析するためには、先の地下水流れの基礎方程式(1)、(2)および移流分散方程式(4)を解かなければならないが、ここでは(1)、(2)のダルシー則と連続の式を組み合わせると同時に解き p 、 V_i を求めるSegolら¹⁾の手法により解析を行う。そして、その手法に基づきこれら式(1)、(2)、(4)をGalerkin有限要素法で離散化すれば、最終的に次のような多元連立微分方程式が得られる。

$$[A]\{H\} + [B]\left\{\frac{\partial H}{\partial t}\right\} = \{F\} \quad \dots(6)$$

$$[E]\{c\} + [G]\left\{\frac{\partial c}{\partial t}\right\} = \{L\} \quad \dots(7)$$

ここで、 H は p 、 V_i (水平方向流速)、 V_3 (鉛直方向流速)を示す。

なお、式(6)、(7)の時間項は中央差分式を用いて計算を進めた。

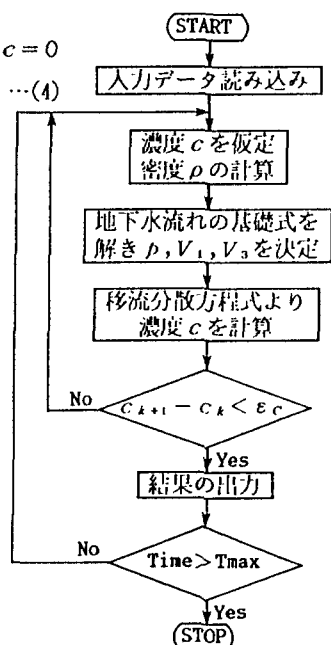


図-1 フローチャート

塩分の分散状態は地下水流況に応じて変化するが、この地下水流況は逆に塩分の濃度分布によって影響を受ける。そのため塩水化問題の解析は複雑となる。そこで本解析においては、数値計算の各段階で次に示す方法により繰り返し計算を行い解析を進めた。： まず任意のタイムステップにおいて濃度 c を仮定し、この仮定された c のもとに式(5)で密度 ρ を定め、その値に基づいて式(1), (2)より μ , V_1 , V_3 を計算する。得られた値を式(4)に代入して濃度 c の分布を求める。そして、始めに仮定した濃度 c と式(4)より求めた濃度 c を比較し、両者が許容範囲 ε_c 内に収まっていればこの濃度は正解のそれであるとみなして次のステップに移る。逆に一致していなければ、再度濃度 c を仮定し直して一連の手順を繰り返す。こうして、時事刻々の塩水化現象の挙動が把握されるのである。これら操作のフローチャートを図-1に示す。

3. 解析プログラムの検証：

上記方法に基づいた解析プログラム検証のため、Henryの問題²⁾として知られる図-2のモデルを用いた。これは、上下に不透水境界をもつ帯水層において、一方の側より淡水が一定流量で流入しており、他方は塩水側としたものである。この領域を150要素、176節点に分割し有限要素解析を行った。なお解析に用いた境界条件および物性値は図中に示す通りである。ここで、塩水側境界において解析領域内部に向かって塩水が侵入してくる部分は $c = c_s$ (=海水濃度)を与え、逆に領域内より外に向かって流出するところは、 $\partial c / \partial x = 0$ を与えた。

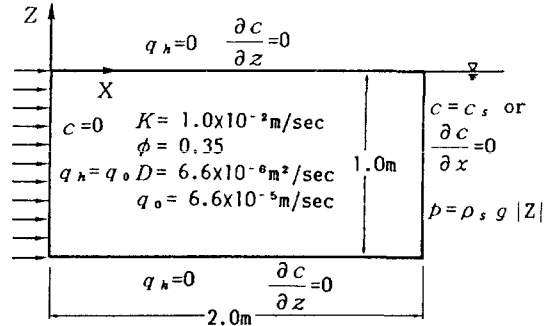


図-2 解析モデル

図-3は、初期条件として解析地盤内の濃度が零の状態から出発した非定常解析による0.5等濃度線の時間推移を表したものである。図より、時間の経過と共に等濃度線が内部に入り込み拡大していく様子がうまう表現されている。また、図-4には解析100分後における0.5等濃度線をHuyakorn³⁾, Frind⁴⁾, Segolら¹⁾の結果と共に示してある。全ての解析結果は非常に良く一致しており、本プログラムの妥当性が検証できたといえよう。なお、1回のタイムステップにおいて必要な繰り返し回数は2~6回であり、解析(16タイムステップ100分まで)に要したCPU TIME(徳島大学情報処理センター FACOM M-760/10)は60.18秒であった。

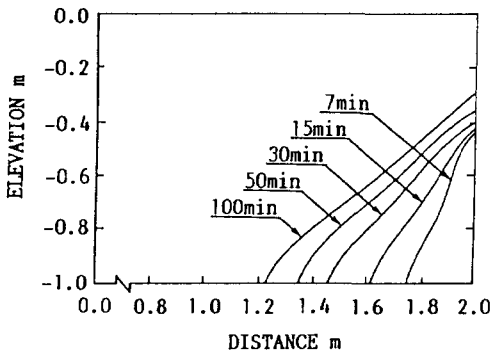


図-3 濃度分布の時間推移(0.5等濃度線)

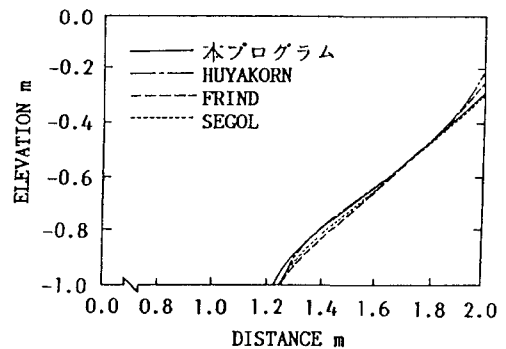


図-4 濃度分布(0.5等濃度線, 100分後)

4. おわりに： 地下水への塩分侵入問題を、移流分散現象によって塩水化が進行すると考えSegolら¹⁾の手法に基づきプログラムを開発した。そして、Henryの問題に適用し良好な結果を得た。今後、他の方法についても検討し、実地盤への適用をめざしていく予定である。

【参考文献】 1) Segolら:Water Res.Res.,Vol.11,No.2,pp.343~347,1975. 2) Henry,H.R.:U.S.Geol. Surv.Water Supply Pap.1613-C,1964. 3) Huyakornら:Water Res.Res.,Vol.23,No.2,pp.293~312,1987. 4) Frind,E.O.:Adv.Water Resources,Vol.5,pp.73~88,1982.