

広範な応力域を対象とした砂の異方硬化モデルについて

山口大学工学部 正 員 安福規之 村田秀一 兵動正幸
山口大学大学院 学生員○小西義夫

1. まえがき

砂や他の粒状材料（破砕性材料）は、密な状態でも大きな圧縮応力やせん断応力による粒子破砕を起こし、その結果かなりの体積減少や強度定数の低下を生じる。特に強度定数の低下は、比較的低い応力域においても、拘束圧の増加にともない内部摩擦角の減少を生じるとされている。本報告はこのような特性に着目し、砂の応力ひずみ挙動の拘束圧依存性や圧密せん断過程で生じる異方的な特性を考慮できる、1つの構成モデルを提案するものである。これは、著者らの示した等方硬化モデル¹⁾を拡張あるいは修正することによって誘導される。

2. モデルの特徴と基本的な考え方

モデルの特徴と基本的な考え方は以下のようなものである。1) 土（粒状材料）は、異方硬化・完全塑性を示す連続的な材料である。2) 構成関係は、基本的には関連しない流れ則に基づく。3) 硬化や異方性の進行は、塑性体積ひずみとせん断ひずみの連成によって起こり、それら両成分の影響の度合は拘束圧の増加と共に変化するものとする。4) 破壊包絡線の拘束圧依存性を広範な応力域において表現できる。5) モデルに含まれる材料定数は10であるが、それらの定数は圧縮除荷試験と通常の三軸圧縮試験を行うことにより、比較的簡単に決定できる。

3. モデルの概要

構成関係 --- 表-1にモデルの概要をまとめて示している。用いた構成関係は表-1(B)に示されている。塑性ひずみ成分を具体的に評価するためには、表-1(B)中において降伏関数、塑性ポテンシャル関数及び硬化係数を具体的に決める必要がある。本モデルでは、表-1(F)に示すように2つの内部変数 k^p , α を含む降伏関数を仮定する。

降伏関数と塑性ポテンシャル関数 --- 降伏関数として、表-1(C)に示す関係を用いた。これは、異方圧密砂の降伏曲線（図-1参照）の接線勾配が、双曲線で近似できるという実験事実に基づいている²⁾。また塑性ポテンシャル関数は、塑性ひずみ増分比関係を双曲線で近似し直交則を適用することにより表-1(D)の関係で与えられる。

破壊包絡線 --- ここでは、図-2(a)の結果に基づいて破壊（ピーク強度）包絡線として表-1(E)に示す関係を仮定した。この関係は、ある大変低い拘束圧 p_h まではピーク時の応力比を一定値とし、ピーク強度が残留強度（限界状態における強度）に到達するまでは、モールの破壊包絡線が曲線を呈することを評価する。

硬化係数 --- 硬化係数を具体的に評価するためには表-1(F)に示すように k^p と α の増分式と $\partial p_e / \partial k^p$ の評価が必要になる。ここでは、降伏曲線の大きさを規定するパラメータ k^p と、降伏曲線の回転の度合を規定するパラメータ α を表-1(G)でそれぞれ仮定した。これらの式の中で χ の値は、土が破壊状態で完全塑性を示すという仮定から導かれ、結果的に η_0 に依存した形となる。これは降伏曲線の硬化と回転が、塑性体積ひずみとせん断ひずみの両成分に依存して生じ、かつその依存の仕方が拘束圧によって変化することを意味する。 $\partial p_e / \partial k^p$ は、等方圧縮過程における $\ln k - \ln p$ 直線関係（図-2(b)参照）を仮定することにより、表-1(H)の様に与えられる。以上まとめとしてマトリックス表示した構成関係を表-1(I)に示す。

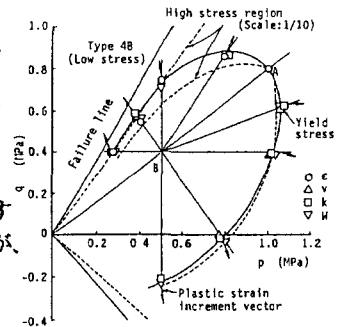


図-1 異方圧密砂の降伏曲線

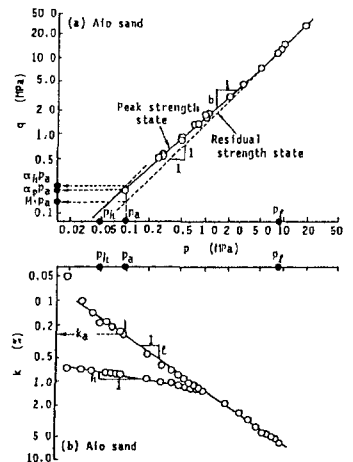


図-2 破壊強度特性と $\ln k - \ln p$ 関係

4. パラメータの決定方法とモデルの適用性

決定するパラメータは10である。図-3はパラメータの決定方法を示したものであるが、異方性の進行速度を表すパラメータ c_1 以外の全てのパラメータは、1つの圧縮除荷試験と数本の三軸圧縮試験から決定できる。表-1(J)は予測に用いた秋穂砂のパラメータを示している。図-4は、表-1(J)に示すパラメータを用いて予測した応力ひずみ関係を示しているが、提案モデルは異方圧密砂の拘束圧依存性や、応力経路依存性をうまく評価しているといえる。

参考文献 1)Yasufuku, N. Murata, H. and Hyodo, M. (1988): Application of elasto-plastic constitutive model to undisturbed soil "Masado", Proc. of Int. Con. on Engineering Problems of Residual Soils, 759-764. 2)Yasufuku, N. Murata, H. and Hyodo, M. (1990): Yield characteristics of anisotropically consolidated sand under low and high stresses, Soils and Foundations(to be submitted).

表-1 モデルの概要

(A) Stress & Strain Parameter $p = (\sigma_v + 2\sigma_r)/3 \quad dv = d\varepsilon_v + 2\varepsilon_r$ $q = \sigma_v - \sigma_r \quad d\varepsilon = 2(d\varepsilon_v - d\varepsilon_r)/3$ $\eta = q/p$	(E) Peak strength line : q_p $q_p = \alpha_h \cdot p \quad p < p_h$ $q_p \neq q_r : q_p = \alpha_p \cdot p_h \left(\frac{p}{p_h} \right)^b \quad p_h < p < p_1$ $q_p = q_r : q_p = H \cdot p \quad p > p_1$ $p_h = \left(\frac{\alpha_h}{\alpha_p} \right)^{1/(b-1)} ; p_1 = \left(\frac{H}{\alpha_p} \right)^{1/(b-1)}$	(G) Hardening Parameter: k^* Rotational Parameter: α $dk^* = dv^* + \chi \cdot \eta \cdot d\varepsilon^*$ $= \Lambda \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial p} + \chi \cdot \eta \cdot \frac{\partial g}{\partial q} \right) = \Lambda \bar{k}$ $d\alpha = X_2(dv^* + \chi \cdot \eta \cdot d\varepsilon^*)$ $= \Lambda \cdot X_2 \left(\frac{\partial g}{\partial p} + \chi \cdot \eta \cdot \frac{\partial g}{\partial q} \right) = \Lambda \alpha$ where $X_2 = c_1 (\eta - c_2 \alpha) \frac{p}{p_a}$ $\chi = \frac{(\eta_p^2 - \eta^2)}{2\eta_p(\eta_p - \alpha)}$																								
(B) Constitutive relation $dv^* = \frac{1}{K} dp \quad ; \quad d\varepsilon^* = \frac{1}{3G} dq$ $dv^* = \Lambda \frac{\partial g}{\partial p} \quad ; \quad d\varepsilon^* = \Lambda \frac{\partial g}{\partial q}$ $\Lambda = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq \right)$	(F) Hardening modulus : H $f(p, q, k^*, \alpha) = 0$ $dk^* = \Lambda \bar{k} \quad df = 0 \quad H = - \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial k^*} \bar{k} - \frac{\partial f}{\partial \alpha} \alpha$	(J) parameters (Aio sand) <table> <tr> <td>L</td><td>0.699</td><td>M_c</td><td>1.40</td></tr> <tr> <td>h</td><td>0.201</td><td>N_c</td><td>1.015</td></tr> <tr> <td>k_a</td><td>0.0027</td><td>α_0</td><td>0.5*</td></tr> <tr> <td>α_p</td><td>2.15</td><td>c_1</td><td>10</td></tr> <tr> <td>α_h</td><td>2.25</td><td>c_2</td><td>η_{in}/α_0</td></tr> <tr> <td>b</td><td>0.898</td><td>*</td><td>$\eta_{in} = 0.8$</td></tr> </table>	L	0.699	M_c	1.40	h	0.201	N_c	1.015	k_a	0.0027	α_0	0.5*	α_p	2.15	c_1	10	α_h	2.25	c_2	η_{in}/α_0	b	0.898	*	$\eta_{in} = 0.8$
L	0.699	M_c	1.40																							
h	0.201	N_c	1.015																							
k_a	0.0027	α_0	0.5*																							
α_p	2.15	c_1	10																							
α_h	2.25	c_2	η_{in}/α_0																							
b	0.898	*	$\eta_{in} = 0.8$																							
(C) Yield function : f $\frac{dq}{dp} = \frac{(\eta - \alpha) \eta - (N - \alpha) N}{(\eta - \alpha)^2} \quad N > \alpha $ $f = (\eta - \alpha)^2 + 2N(N - \alpha) \ln(p/p_a) = 0$	(H) Evaluation of $\partial p / \partial k^*$ $dk^* = (1-h)k_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^{1/b} \frac{dp}{p_a}$ $\frac{\partial p}{\partial k^*} = \frac{p_a}{(1-h)k_a} \left(\frac{p}{p_a} \right)^{1/b}$ $p_a = p \cdot \exp \left(\frac{(\eta - \alpha)^2}{2N(N - \alpha)} \right)$	(I) Matrix Form $\begin{vmatrix} dv \\ d\varepsilon \end{vmatrix} = \frac{1}{H} \begin{vmatrix} \frac{H}{K} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial q} \\ \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p} & \frac{H}{3G} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dp \\ dq \end{vmatrix}$ $K = \frac{p}{h \cdot k_a} \left(\frac{p}{p_a} \right)^{1/b} ; G = \frac{3(1-2\nu)K}{2(1+\nu)}$																								
(D) Plastic potential : g $dv^* = p \cdot \left[(dv^*)^2 + \{M^2 - \alpha(2-C)(M-\eta)\} (d\varepsilon^*)^2 + \{(2-C)\eta + C\alpha\} dv^* \cdot d\varepsilon^* \right]^{1/2}$ $\frac{dv^*}{d\varepsilon^*} = \frac{M - (2-C)\alpha}{C(\eta - \alpha)} \eta$ $C \neq 1 :$ $g = \ln p + \frac{C}{2(C-1)} \ln \left[(\eta - 2\alpha) \eta + \frac{1}{C-1} \{M - (2-C)\alpha\} M \right]$ $= \text{const.}$ $C = 1 : g = (\eta - \alpha)^2 + 2M(M - \alpha) \ln p = \text{const.}$	(a) Aio sand (b) Proposed eq.																									

図-4 予測結果

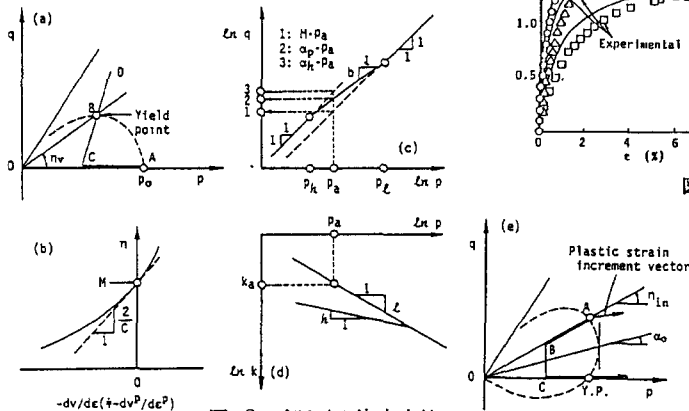


図-3 パラメータの決定方法