

新たな消散エネルギー式に基づく限界状態モデルについて

山口大学工学部 正 員 安福規之 村田秀一 兵動正幸
 学生員 ○吉川幸夫

1. まえがき

Roscoe らのグループは、関連する流れ則に立脚し、1) e (間隙比) - $\ln p$ (平均有効主応力) 線形関係 (硬化則) の仮定、2) 消散エネルギー式の仮定、3) 直交則及び4) 限界状態の概念の導入によりCam-Clay モデルと修正Cam-Clayモデルと呼ばれる2つの弾塑性構成モデルを誘導している^{1,2)}。これらのモデルは、一般に限界状態モデルと呼ばれ、粘性土の変形挙動を評価する上で大変有益なモデルである。しかし、結果として、これらのモデルは等方硬化を仮定したものであるために、圧密やせん断によって誘導される粘性土の異方的な特性を表現することができない。

本報告は、異方性を表現できる項を新たに取り入れた消散エネルギー式を仮定し、それに基づいて誘導される限界状態モデルについて検討を加えるものである。なお、ここでの検討は軸対称条件下に限られる。

2. 消散エネルギー式の仮定

Roscoe らは、消散エネルギー式 (外的な仕事に対して土要素が消費する単位体積当りの塑性仕事量) を (1)式、(2)式のように仮定することによって降伏曲線式さらには、応力ひずみ増分関係式を誘導している。(1)式を仮定したモデルがCam-Clayモデルであり、(2)式を仮定したものが修正Cam-Clayモデルと呼ばれるモデルである。2つのモデルの違いは、この消散エネルギー式の仮定の違いに帰着する。

$$dW_{in} = pM d\epsilon^p \quad (1) \quad : \quad dW_{in} = p[(dv^p)^2 + (M d\epsilon^p)^2]^{1/2} \quad (2)$$

ここで、 $d\epsilon^p$: 塑性せん断ひずみ増分、 dv^p : 塑性体積ひずみ増分、 M : 限界状態時の応力比 η ($=q/p$)、 q : 軸差応力であり、またそれぞれのモデルの降伏曲線式、ストレスダイレタンシー式及びひずみ増分式が表1にまとめて示されている。

上述したように、(1)、(2)式の仮定では、多くの研究者によって指摘されているような粘性土の異方的な特性 (例えば異方的な降伏挙動) を評価することができない。そこで、本報では、新たなパラメータとして α と c を含む(3)式で示す消散エネルギー式を仮定することにより、異方的な特性を考慮できる限界状態モデルの検討を行った。

$$dW_{in} = p[(dv^p)^2 + (M d\epsilon^p)^2 + \alpha(c-2)(M-\eta)(d\epsilon^p)^2 + \{(2-c)\eta + c\alpha\} dv^p \cdot d\epsilon^p]^{1/2} \quad (3)$$

(3)式において、 α は、土の異方性を表すパラメータであり、具体的には三軸空間において降伏曲線がひずみながら回転する様子を表現するものである。また、 α は一般には圧密中やせん断中に生じる塑性変形によって変化するパラメータであると考えられる。 c は、降伏曲線 (塑性ポテンシャル) の形状を規定するパラメータであり、ストレスダイレタンシー特性に大きく影響を及ぼすパラメータである。ここで、(3)式は、もし $c=2, \alpha \neq 0$ とおくとDafaliasの示したものの³⁾に、また、 $\alpha=0, c \neq 2$ の場合には、著者らの等方硬化モデルのそれ⁴⁾に、さらに、 $\alpha=0, c=2$ を仮定すると、修正Cam-Clayモデル ((2)式) のそれに帰着する。従って、(3)式は、修正Cam-Clayモデルの消散エネルギー式を一般化したものであるとも言える。

3. 応力ひずみ増分式

$dW_{out} = W_{in}$ の関係に(3)式を導入すると(4)式で示すストレス・ダイレタンシー関係が求まる。

$$\phi = \frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{\{M - (2-c)\alpha\}M - \{\eta - (2-c)\alpha\}\eta}{c(\eta - \alpha)} \quad (4)$$

さらに、(4)式に直交則を適用すると降伏曲線式は次式($c \neq 1$)となる。

$$f = \ln \frac{p}{p_0} + \frac{c}{2(c-1)} \ln \left[\frac{(c-1)(\eta - 2\alpha)\eta + \{M - (2-c)\alpha\}M}{(1-c)\alpha^2 + \{M - (2-c)\alpha\}M} \right] = 0 \quad (5)$$

表1 限界状態モデル

Cam-clay model	Modified model
$\frac{d\epsilon^p}{dv^p} = \frac{1}{M-\eta}$	$\frac{d\epsilon^p}{dv^p} = \frac{2\eta}{M^2-\eta^2}$
$\eta = M \ln \left(\frac{p_0}{p} \right)$	$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2+\eta^2}$
$dv = \frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{\lambda-\kappa}{H} \delta\eta + \lambda \frac{d\epsilon^p}{p} \right]$	$dv = \frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{\lambda-\kappa}{H} \frac{2\eta\delta\eta}{M^2+\eta^2} + \lambda \frac{d\epsilon^p}{p} \right]$
$d\epsilon = \frac{\lambda-\kappa}{1+\alpha} \left[\frac{p\delta\eta + H\delta p}{H(p-\eta)} \right]$	$d\epsilon = \frac{\lambda-\kappa}{1+\alpha} \left[\frac{2\eta}{M^2-\eta^2} \left(\frac{2\eta\delta\eta}{M^2+\eta^2} + \frac{\delta p}{p} \right) \right]$

ここで、 p_0 は降伏曲線が $\eta = \alpha$ 軸を横切るときの p の値である。また、結果として dv と $d\epsilon$ は、次のようなマトリックス形で表現できる。上式で、体積弾性係数 K 、せん断弾性係数 G 、及び硬化係数 H は、表 2 にまとめて示している。なお、本報告では簡単のために内部変数 α は、せん断中変化しない ($d\alpha = 0$) ことを仮定している。

$$\begin{vmatrix} dv \\ d\epsilon \end{vmatrix} = \frac{1}{H} \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2 + \frac{H}{K} & \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial f}{\partial p} & \left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)^2 + \frac{1}{3G} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dp \\ dq \end{vmatrix} \quad (6)$$

表 2 K , G と H の評価

$$K = \frac{1+e_{in}}{\kappa} p, \quad G = \frac{3}{2} \frac{1-2\nu}{1+\nu} K$$

$$H = - \frac{\partial f}{\partial p_0} \bar{p}_0, \quad \bar{p}_0 = \frac{1+e_{in}}{\lambda - \kappa} \frac{\partial f}{\partial p} p_0$$

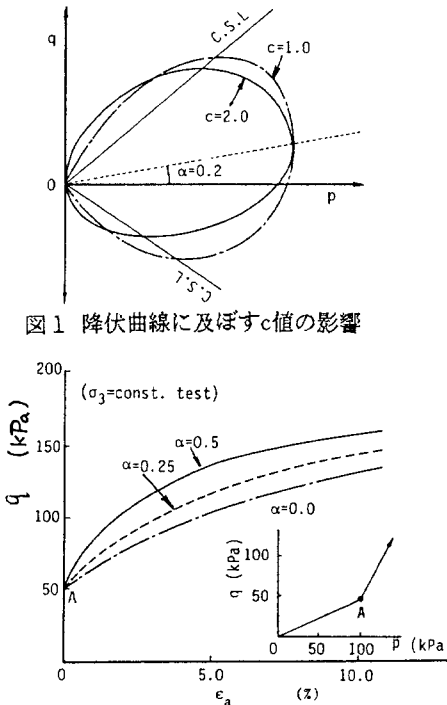
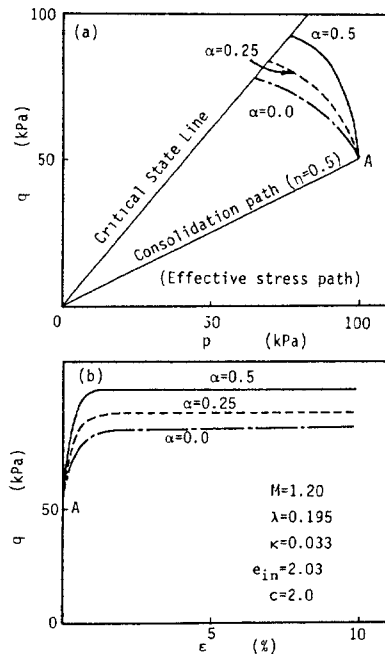
ここで、 ν は ポアソン比

4. モデルによる予測

図-1 は、 α を 0.2 に固定し、 c の値を変化させたときの降伏曲線の形状を示したものであるが、降伏曲線の形状の c 値依存性が表れている。次に、図-2 と図-3 は、異方圧密後 ($\eta = 0.5$)、圧縮側にせん断を加えたときの変形挙動に与える α の値の影響を見たものである ($c=2$ に固定、 $M=1.20$, $e_{in}=2.03$, $\lambda=0.195$, $\kappa=0.033$ を採用)。これらの図から、 α の値が変形挙動に与える影響は排水及び非排水せん断と共に大きいと判断され、 α 値の重要性がうかがえる。

参考文献

- 1) Roscoe, K.H. and Burland, J.B.: "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay," Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press., pp.535-609, 1968. 2) Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: "Critical state soil mechanics," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968. 3) Dafalias, Y.F.: "An anisotropic critical state clay plasticity model," 2nd Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials, Vol.1, Tucson, pp.513-521, 1987. 4) Yasufuku, N., Murata, H. and Hyodo, M.: "Application of elasto-plastic constitutive model to undisturbed soil "Masado"," Proc. of Int. Conf. on Engineering Problems of Residual Soils, Vol.1, pp.759-764.

図 1 降伏曲線に及ぼす c 値の影響図 2 応力ひずみ挙動の α 値依存性
(排水せん断試験の場合)図 3 応力ひずみ挙動の α 値依存性
(非排水せん断試験の場合)