

不規則波の波高の確率分布について

鳥取大学工学部 正 員 木村 晃
鳥取大学大学院 学生員 ○太田隆夫
鳥取大学大学院 学生員 河本泰二郎

1. はじめに

従来より、ゼロクロス法で定義した不規則波の波高の確率分布はRayleigh分布とよくあうことが知られている。元来、Rayleigh分布は不規則波が狭帯域スペクトルを有する場合の振幅の確率分布として、Longuet-Higginsにより導かれたものである。したがって、広帯域スペクトルを有する不規則波浪への適用は、理論の上では妥当性を欠く。しかし波浪観測の結果はスペクトル幅に関係なくほぼRayleighに近い分布を示しており、この事実の理論的裏付けが、この分野における重要な課題となっている。この研究は広帯域スペクトルを有する不規則波の波高分布を導出し、広帯域の場合でもそれがRayleigh分布に近い形状を持つことを示したものである。

2. 研究の内容

Longuet-Higginsは“波高の確率分布がRayleigh分布をする”と表現することを注意深く避けており、いくつかの論文の中でも常に“Rayleigh分布を振幅の確率分布”として論理を展開している。したがって、厳密には狭帯域スペクトルの場合であっても、Rayleigh分布は理論的に求められた波高の確率分布ではない。最近になり、Tayfunは“波高”の確率分布を導くためにつぎのような手法を用いた。すなわち、不規則波に対する包絡線 ζ 上の平均周期 τ の半分だけ離れた2点、 ζ_1, ζ_2 がゼロクロス波の最大点および最小点に一致するとし、両者の和として波高の確率分布を導いた。ただし、 ζ_1 と ζ_2 はともにRayleigh分布をするものとした。そして両者の間には若干の相関があるととして両者の結合分布 $p(\zeta_1, \zeta_2)$ としては次式で表される2次元Rayleigh分布を用いている。

$$p(\zeta_1, \zeta_2) = \frac{4\zeta_1\zeta_2}{1-r^2} \exp\left\{-\frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{1-r^2}\right\} I_0\left\{\frac{2r\zeta_1\zeta_2}{1-r^2}\right\} \quad (1)$$

ここに

$$r\left(\frac{\tau}{2}\right) = \left\{ \left\{ \int_0^\infty s(f) \cos 2\pi(f-\bar{f})\frac{\tau}{2} df \right\}^2 + \left\{ \int_0^\infty s(f) \sin 2\pi(f-\bar{f})\frac{\tau}{2} df \right\}^2 \right\}^{1/2} / m_0 \quad (2)$$

しかし、このようにして導かれた“波高”の確率分布は、狭帯域の場合にはRayleigh分布に近い形状を示すものの、広帯域の場合にはこれとかなりかけ離れた形状を示し、実測値との対応も非常に悪い。著者らの検討の結果、これはつぎの二つの理由によるものであることが分かった。すなわち、(1) ζ_1 (ζ_2) の値の確率分布と ζ の確率分布が同じでないこと、(2) 仮にTayfunのモデルを使う場合でも、 ζ_1 と ζ_2 の間隔 τ は両者の値が小さい場合には、平均的に $\tau/2$ より小さくなること。図-1はPiers on-Moskowitzスペクトルを持つ不規則波の波形 η とHilbert変換法による包絡線 ζ (破線) およびゼロクロス波の最大点と最小点を通るように引いた3次スプラインカーブ ξ である。図からわかるように、 η の最大点および最小点はほぼ ζ 上にあるものの、2点間で ζ はかなり変動しており、 ξ のほうが“包絡線らしく”みえる。したがって、 ζ_1 と ζ_2 の確率分布としては、 ξ のものを用いるより“最大点および最小点以外での変動の少ない” ξ のものを用いる方が望ましいことがわかる。 ζ における不必要な変動を取り除くために、基本的にはLonguet-Higginsが行ったのと同じように、 η のスペクトルの帯域幅を小さくして狭帯域化をはかったが、より一般性をもたせるため次の方法によった。すなわち、包絡線

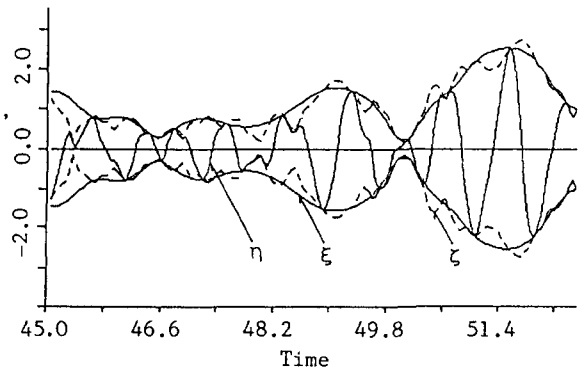


図-1 不規則波形と包絡線

ξ のスペクトル $E(f)$ は、次のTayfunによる近似式で与えられる。

$$E(f) = {}_1\Psi_1 + {}_1\Psi_2 + {}_1\Psi_3$$

ここに

$$\begin{aligned} {}_1\Psi_1 &= \frac{\pi}{4m_0} \int_0^\infty s(u)s(u+f)du \\ {}_1\Psi_2 &= \frac{1}{4\pi m_0} \int_0^\infty {}_1\Psi_1(u)[{}_1\Psi_1(|u-f|) + {}_1\Psi_1(u+f)]du \\ {}_1\Psi_3 &= \frac{1}{\pi m_0} \int_0^\infty {}_1\Psi_1(u)[{}_1\Psi_2(|u-f|) + {}_1\Psi_2(u+f)]du \end{aligned} \quad (3)$$

上式の $S(f)$ は η のスペクトルである。この研究では $S(f)$ として、Wallop s スペクトル (Pierson-Moskowitz スペクトル) を用い、 $E(f)$ と ξ のスペクトルが等しくなるように Wallop s スペクトルの帯域幅を決めた。その結果、スペクトルの値が $S(fp)$ (fp : スペクトルのピーク周波数) の 8% 以下となる周波数帯で、スペクトルをゼロとすればよいことがわかった。この狭帯域化した $S(f)$ を式 (2) に代入して ξ_1 と ξ_2 の相関特性を計算し、式 (1) により $p(\xi_1, \xi_2)$ を決めた。その際、両者の平均間隔 τ は次式の Longuet-Higgins の理論 (波高と周期の結合分布) をもとに波高の関数として与えて (2) の問題点に対応した。

$$p(h, \tau) = 4h^2 \exp[-h^2\{1 + (1 - 1/\tau)^2/v^2\}] / [\pi^{1/2} v \tau^2 \{1 + (1 + v^2)^{-1/2}\}] \quad (4)$$

τ としては h の条件付き確率分布における mode 値を用いた。

$$\tau = 2 / [1 + (1 + 4v^2/h^2)^{1/2}] \quad (5)$$

図-2 に $E(f)$ と ξ のスペクトルを示す。また図-3 はこのようにして導いた波高の確率分布であり、実線が本研究によるもの、破線が Tayfun によるもの、点線が Rayleigh 分布である。

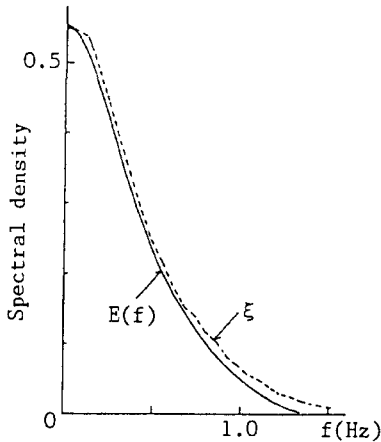


図-2 包絡線のスペクトル

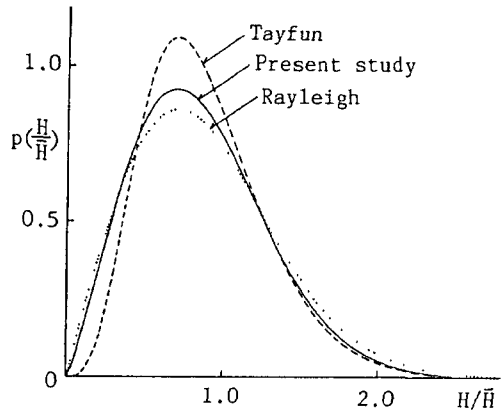


図-3 波高の確率分布

3. 結果

この研究は不規則波のゼロクロス波の波高の確率分布を若干の近似のもとに理論的に導いたものである。その結果、広帯域分布の場合でも Rayleigh 分布に近い分布形状が得られた。

[参考文献] 1) Tayfun, M.A.: Effects of spectrum band width on the joint distribution of wave heights and periods, Ocean Engng, Vol. 10, No. 2, pp. 107-118, 1983.

2) Tayfun, M.A., and Lo, J.-M.: Wave envelope and related spectra, J. Waterway, Port, Coast., and Oc. Engng., ASCE, Vol. 115, No. 4, pp. 515-533, 1989