

重合した進行波と回折波の分離推定法について

中電技術コンサルタント ○林 昌彦
鳥取大学工学部 木村 晃

1. はじめに：渡辺ら¹⁾の3次元海浜変形モデルでは、漂砂量を平均流の寄与分と波の作用に起因するものとに分離し、波と流れそれぞれの作用による漂砂量の算定を行っている。波による漂砂量の算定式は単一進行波のもとで導かれたものである。ところが、計算領域内に構造物が存在するような一般の波浪場では、回折や反射などのために、方向や振幅の異なる複数の成分波が重合することになる。しかも成分波間の位相差のために水粒子は単純な往復運動をせず、底面軌道流速の方向が周期的に変化してその流速ベクトルは底面上で楕円形のリサージュを描くことになる。そこで、渡辺ら¹⁾はこのような重合波浪場での波を2つの進行波成分の重合によるものと仮定し、それらの分離を行い、それぞれの進行波成分に対する漂砂量を計算した後、両者を合成している。ここでは、重合波を2つの進行波成分に分離する際に、渡辺らの計算方法で生じる問題点を示し、次にその解決方法について述べることにする。

2. 渡辺ら²⁾による重合波の分離計算方法およびその問題点：波による漂砂量の計算で必要となる外力条件は、漂砂量の計算の前に行われる波浪場の計算で求められる。波浪場の計算には、西村ら³⁾により与えられたBerkhoffの緩勾配方程式と等価な2次元の運動方程式が用いられる。まず、2つの進行波成分の振幅を a_1, a_2 、波向角を α_1, α_2 、位相角を φ_1, φ_2 とする。ただし、周期は共通とし、角周波数を σ 、波速を c とするならば、合成波の水面変動 ξ および線流量 Q_x, Q_y は次式で表現される。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) + a_2 \cos(\sigma t - \varphi_2) \\ Q_x &= c \{ a_1 \cos \alpha_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) + a_2 \cos \alpha_2 \cos(\sigma t - \varphi_2) \} \\ Q_y &= c \{ a_1 \sin \alpha_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) + a_2 \sin \alpha_2 \cos(\sigma t - \varphi_2) \} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 x, y は海面に一致させてとられた座標軸であり、 Q_x, Q_y は線流量の x, y 方向成分である。波浪場の計算より求まる水面変動 ξ と線流量 Q_x, Q_y を

$$\xi = \xi_0 \cos \sigma t + \xi_s \sin \sigma t \quad Q_x = c(u_0 \cos \sigma t + u_s \sin \sigma t) \quad Q_y = c(v_0 \cos \sigma t + v_s \sin \sigma t) \quad (2)$$

と表現し、 $c_1 = a_1 \cos \varphi_1$ $c_2 = a_2 \cos \varphi_2$ $s_1 = a_1 \sin \varphi_1$ $s_2 = a_2 \sin \varphi_2$ (3)

とおけば、式①、②より次式の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= c_1 + c_2 & \xi_s &= s_1 + s_2 \\ u_0 &= c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2 & u_s &= s_1 \cos \alpha_1 + s_2 \cos \alpha_2 \\ v_0 &= c_1 \sin \alpha_1 + c_2 \sin \alpha_2 & v_s &= s_1 \sin \alpha_1 + s_2 \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

波浪場の計算で調和解析を行うことにより、式②の $\xi_0, \xi_s, u_0, u_s, v_0, v_s$ が求まる。すなわち、式④中の左辺が既知となるので、式④で表される非線形の連立方程式を解くことにより未知量 $c_1, c_2, s_1, s_2, \alpha_1, \alpha_2$ を定めることができる。ただし、成分波の振幅 a_1 などは、 $a_1 = \sqrt{c_1^2 + s_1^2}$ で求めることができる。

ところが、もし $\varphi_2 = \varphi_1 - n\pi$ のとき式④は、

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= (a_1 \pm a_2) \cos \varphi_1 & \xi_s &= (a_1 \pm a_2) \sin \varphi_1 \\ u_0 &= (a_1 \cos \alpha_1 \pm a_2 \cos \alpha_2) \cos \varphi_1 & u_s &= (a_1 \cos \alpha_1 \pm a_2 \cos \alpha_2) \sin \varphi_1 \\ v_0 &= (a_1 \sin \alpha_1 \pm a_2 \sin \alpha_2) \cos \varphi_1 & v_s &= (a_1 \sin \alpha_1 \pm a_2 \sin \alpha_2) \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となり、6つの式は3つに減る。したがって、未知量は $a_1, a_2, \alpha_1, \alpha_2$ の4つであるが式は3つとなり解くことができない。一般の波浪場では $\varphi_2 = \varphi_1 - n\pi$ ($n=1, 2, 3, \dots$)となるような場所はかなり多く存在する。例えば、離岸堤前面での重複波の節と腹の位置などがそれにあたる。このような場所では計算が発散する。そこで本研究では以下のような手法により分離計算を行うことにした。

3. 本研究で用いた重合波の分離計算方法：本研究では重合波を次のような手法により入射波成分と反射波成分の2つに分離することを試みる。まず、構造物境界で用いられる任意反射率境界を透過境界（無反射境界）に置き換え、計算領域内で反射波が生じない状態で波浪場の計算を行う。この計算結果より入射波成分の振幅 a_1 と波向角 α_1 を求める。次に、構造物境界に本来の反射率を与えて波浪場の計算を行う。そして、この重合波浪場の計算結果から先に求めた入射波成分の計算結果を引くことにより、反射波成分の振幅 a_2 と波向角 α_2 を求める。以下ではその具体的な計算方法について述べる。

重合波浪場の波が2つの進行波成分より成ると仮定するならば、その水面変動 ξ および線流量 Q_x, Q_y は式①で与えられる。まずその中の入射波成分だけを考えるならば、入射波成分の水面変動 ξ_* および線流量 Q_{x*}, Q_{y*} は、

$$\left. \begin{aligned} \xi_* &= a_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) = \xi_{c*} \cos \sigma t + \xi_{s*} \sin \sigma t \\ Q_{x*} &= a_1 c \cos \alpha_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) = c(u_{c*} \cos \sigma t + u_{s*} \sin \sigma t) \\ Q_{y*} &= a_1 c \sin \alpha_1 \cos(\sigma t - \varphi_1) = c(v_{c*} \cos \sigma t + v_{s*} \sin \sigma t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに} \quad \xi_{c*} &= a_1 \cos \varphi_1 & \xi_{s*} &= a_1 \sin \varphi_1 \\ u_{c*} &= \xi_{c*} \cos \alpha_1 & u_{s*} &= \xi_{s*} \cos \alpha_1 \\ v_{c*} &= \xi_{c*} \sin \alpha_1 & v_{s*} &= \xi_{s*} \sin \alpha_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

である。 ξ_{c*} , ξ_{s*} , u_{c*} , u_{s*} , v_{c*} , v_{s*} は上で述べたように、任意反射率境界を透過境界に置き換えて波浪場の計算を行うことにより求めることができる。したがって、式⑦より、入射波成分の振幅 a_1 および波向角 α_1 は次式のようになる。

$$a_1 = \sqrt{\xi_{c*}^2 + \xi_{s*}^2} \quad \text{--- ⑧} \quad \alpha_1 = \tan^{-1}(v_{c*}/u_{c*}) \quad \text{または} \quad \alpha_1 = \tan^{-1}(v_{s*}/u_{s*}) \quad \text{--- ⑨}$$

波向角は式⑨の2つの式のうちどちらからでも求めることができるが、2式を交互に使い分けることにより、 ξ_{c*} または ξ_{s*} の値が0に近いときに生じる計算誤差を回避することができる。

次に反射波成分について考える。式③, ④, ⑦より

$$\left. \begin{aligned} \xi_c' &= a_2 \cos \varphi_2 = \xi_c - \xi_{c*} & \xi_s' &= a_2 \sin \varphi_2 = \xi_s - \xi_{s*} \\ u_c' &= (a_2 \cos \varphi_2) \cos \alpha_2 = u_c - u_{c*} & u_s' &= (a_2 \sin \varphi_2) \cos \alpha_2 = u_s - u_{s*} \\ v_c' &= (a_2 \cos \varphi_2) \sin \alpha_2 = v_c - v_{c*} & v_s' &= (a_2 \sin \varphi_2) \sin \alpha_2 = v_s - v_{s*} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

となる。 ξ_c , ξ_s , u_c , u_s , v_c , v_s は構造物境界に本来の反射率を与えて波浪場の計算を行うことにより求めることができる。したがって、反射波成分の振幅 a_2 および波向角 α_2 は次式より与えられる。

$$a_2 = \sqrt{\xi_c'^2 + \xi_s'^2} \quad \text{--- ⑪} \quad \alpha_2 = \tan^{-1}(v_c'/u_c') \quad \text{または} \quad \alpha_2 = \tan^{-1}(v_s'/u_s') \quad \text{--- ⑫}$$

4. 計算例：海底地形は1/20の一樣斜面であり、水深9cmの位置に堤長150cmの離岸堤が汀線と平行に設置されている。入射波は沖波波高 $H_0=5$ cm, 周期 $T=0.91$ sの規則波でスロープに対して直角に入射させる。波浪場の計算は現象の対称性を考慮して、離岸堤の中心を通る岸沖方向の直線を仮想境界とする半領域について行い、この側方境界は完全反射境界とする。まず、離岸堤境界と離岸堤中心を通る岸沖方向の側方境界を透過境界として波浪場の計算を行い、入射波成分を求める。次にこれらの境界を本来の任意反射率境界あるいは完全反射境界として波浪場の計算を行い、反射波成分を求める。実際は3つ以上の進行波成分より成る重合波を2つの進行波成分として分離することに若干の無理があり、各成分には局所的な変動がみられる。しかし、図-1はおもに入射波およびその回折波成分、図-2は堤体による反射波およびその回折波成分に分離できているものと思われる。

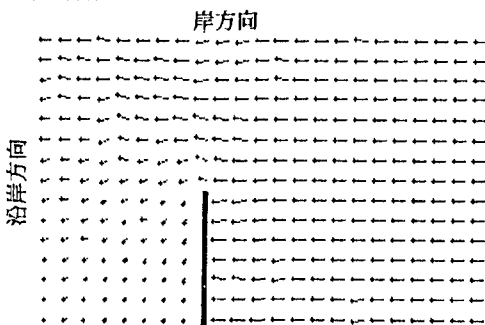


図-1 a_1 成分

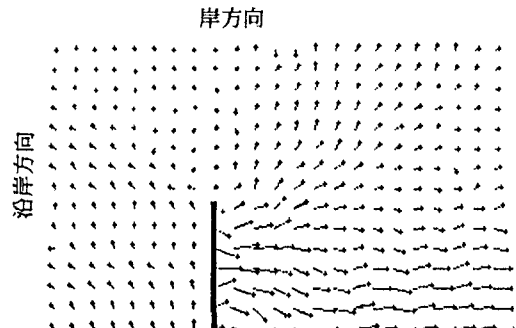


図-2 a_2 成分

5. まとめ：従来の重合波浪場における波の分離計算では、非線形連立方程式を解く方法が用いられている。しかし、この方法では2つの進行波成分の位相差が $n\pi$ ($n=1, 2, 3, \dots$)の時に特異点となり計算が不可能となる。そこで、ここでは少し手間がかかるが、構造物境界等に透過境界を用いて反射波が生じない状態で波浪場の計算を行い、3で示した手法にて2つの進行波成分に分離した。この手法を用いることにより上記の特異点の問題は解決できた。

〔参考文献〕1) 渡辺晃・丸山康樹・清水隆夫・柳原勉：構造物設置に伴う三次元海浜変形の数値予測モデル，第31回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.406-410, 1984。

2) 本間仁監修・堀川清司編：海岸環境工学，東大出版会，p.280, 1985。

3) 西村仁嗣・丸山康樹・平口博丸：直接数値積分による波の場の解析，第30回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.123-127, 1983。