

粘性依存離散渦法による後方ステップ流れの数値シミュレーション

日本製鋼所(株) 正会員 ○砂田信也
 広島大学工学部 正会員 川西 澄

1. はじめに

本研究は、高レイノルズ数の流れに対して粘性拡散をランダム・ウォークによって表現し、さらに壁面境界層を渦層によって表現した離散渦法を用いて、後方ステップ上の剝離流れを計算したものである。

2. 解析方法

本研究の手法は流れ場の境界においてその垂直方向および接線方向の速度成分が0であるという境界条件を満足させることに特徴がある。すなわち一般に離散渦法では壁面における粘着条件を満足できず壁面上において速度が現れ接線方向の速度(すべり速度)を0とできない。そこで壁面上に渦層を生成させることによってこの条件を成立させようとしたのが本研究である。高レイノルズ数の流れでは、流れ場を非粘性完全流体とみなし、ポテンシャル流れとして取り扱うことができる。壁面を表現するために特異点分布法を用い壁面に特異点であるM個の渦点(循環 γ_j)を分布させる¹⁾。壁面上のすべり速度を0とするために導入した渦層を構成するN個の渦点(循環 Γ_k)が生成されている時、流れ場の速度ポテンシャル Φ は一樣流の流速をUとして次式で与えられる。

$$\Phi = Ux - \sum_{j=1}^M \frac{\gamma_j}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_j}{x-x_j} - \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_k}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_k}{x-x_k} \quad (1)$$

循環 Γ_k が既知であれば、(1)式中の未知量は壁面渦点の循環 γ_j だけとなる。この γ_j は壁面の境界条件より決定される。すなわち、壁面に配置した渦点間の midpoint (以下制御点と呼ぶ)で壁面に垂直な速度成分が0という条件を使って γ_j が求められる。接線方向の境界条件を満たすために壁面から生成される渦の循環 Γ_k は、 s_k をその境界上の点での接線方向の単位ベクトルとした場合、次のように表される²⁾。

$$\Gamma_k = (U_\phi \cdot s_k) \cdot H \quad U_\phi = \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial x}, -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (2)$$

ここで、Hは境界の分割長(制御点間の距離)である。このように式(1)によって計算された循環の強さ Γ_k を持つ渦を生成させることによって制御点において上記の2方向での境界条件が満足されることになる。生成されたk番目の渦の位置は次式で計算される²⁾。

$$\begin{aligned} x_k(t+\Delta t) &= x_k(t) + u_k(t) \cdot \Delta t \\ y_k(t+\Delta t) &= y_k(t) + v_k(t) \cdot \Delta t + \eta \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 (x_k, y_k) は第k番目に生成された渦の位置、 (u_k, v_k) はその渦に誘起される移流速度、 η は移流項のない二次元の渦度輸送方程式の解が、平均が0、標準偏差が $\sqrt{2 \cdot \Delta t / Re}$ の正規分布に従うことからランダム・ウォークとして渦点の移動に付加する正規乱数である。ここでReは代表速度Uとステップ高Hsおよび動粘性係数 ν より $U \cdot Hs / \nu$ と算定されるレイノルズ数である。 Δt は計算時間間隔である。第k番目に生成された渦の移流速度は式(1)で表される全体の速度ポテンシャルから今考えている第k番目の渦による速度ポテンシャルを除き次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} u_k &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi + \frac{\Gamma_k}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_k}{x-x_k} \right) \\ v_k &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi + \frac{\Gamma_k}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_k}{x-x_k} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

あらたに渦が生成されたり位置が変化するたびに γ_j は壁面に垂直方向の境界条件を満足するように更新される。

壁面から生成される渦はそのままでは中心付近に異常速度を生むことから、壁面上においてそのすべり速度0を満たすことができるようにコア半径として $H/2\pi$ を与えた²⁾。

3. 結果

本研究では、レイノルズ数 Re が 1×10^4 および 5×10^4 の2つのケースについて計算を行った。またこれから示す図の値はすべて代表速度 U とステップ高さ H_s を用いて無次元化している。

図1はレイノルズ数 Re が 1×10^4 の場合の無次元化時間 Ut/H_s が20.0における渦点の移動速度ベクトルの分布図である。この図を見ると段落ちの後方において逆流が現れ循環流ができていことがわかる。

図2はレイノルズ数 Re が 1×10^4 の場合の主流方向の平均速度の鉛直分布である。この図を見ると逆流域を確認でき、また壁面において平均速度が0となっており境界条件を満足することができた。このことから、渦層によって境界層を作り出すことができる。

図3はレイノルズ数 Re が 1×10^4 および 5×10^4 の2つのケースの場合の逆流率 I_r の分布である。逆流率とは壁面付近のある点における主流方向速度についてその速度が逆流する時間割合であり、この値が0.5の位置を平均再付着位置とみなすことができる。このことから図3を見ると再付着点はレイノルズ数 Re が 1×10^4 の場合は7.0、レイノルズ数 Re が 5×10^4 の場合は6.5の位置(x/H_s)にあることが確認できる。これは従来の実験結果が報告している値によく一致している。またレイノルズ数が高くなると再付着点距離が短くなっていることも実験結果に一致している。これらのことから粘性拡散の影響をある程度ランダム・ウォーク法によって表現できたことがわかる。

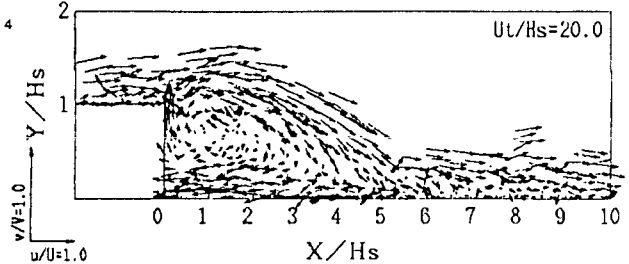


図1 移動速度ベクトル

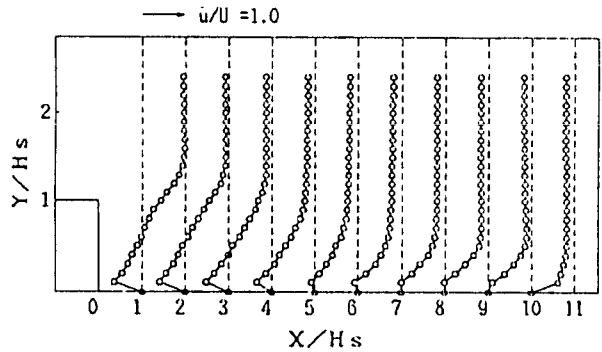


図2 平均速度の鉛直分布(主流方向)

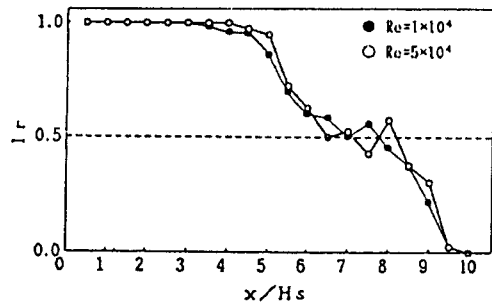


図3 逆流率

- 参考文献 1) 坂田弘、足立武司、稲室隆二：渦放出モデルを用いた剝離を伴う非定常流れの解法(第1報、単独正方形柱まわりの流れ), 日本機械学会論文誌(B編), 49巻, 440号, pp.801-808, 1983
2) Chorin, A.J.: Numerical Study of slightly Viscous Flow, J. Fluid Mech., vol. 57 pp785-796, 1973