着底式海洋構造物デッキプレートの剛体自由振動モード

鳥取大学　正員　神部 俊一
鳥取大学　学生員　○小宮山賢太郎
復建調査設計(K.K)　正員　飯塚 修

1．まえがき

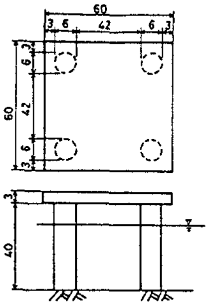
石油掘削用プラットホームやシーバースなどに利用される着底式海洋構造物のデッキプレート部は、大重量であるためその剛体変位に注意を払う必要がある。 デッキプレートは複数のレグによって支持されておりデッキプレートの剛体変位は、レグ部の剛性の影響を受ける。 本報告ではレグ部の剛性マトリクスを縮合する手法を用いてデッキプレートの水平面内における剛体運動を支配する運動方程式を導き、その自由振動モードを明らかにする。

2．デッキプレートの剛体運動を支配する運動方程式

2−1　構造モデルに対する仮定

上述の運動方程式を導くにあたり、次の仮定を設ける。

(a) デッキプレートは水平面内で剛体運動する。
(b) レグの鉛直方向の伸縮は無視する。
(c) レグは海底に固定されている。
(d) レグとデッキプレートの結合部において水平面内に設定された2つの直行する座標軸（x軸およびy軸）まわりに回転しない。



図−1　着底式海洋構造物のモデル

2−2　レグに関する剛性マトリクスの縮合

レグに対して、静的縮合を行なう。 すなわちレグの慣性力を無視し、次のレグに関する静的な平衡条件式を用いて剛性マトリクスを縮合する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{BI} \\ \mathbf{K}_{IB} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_B \\ \mathbf{U}_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_B \\ \mathbf{O} \end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここに、　$[\mathbf{K}_{BB}] = [\mathbf{K}_{BB}]^T$,　$[\mathbf{K}_{II}] = [\mathbf{K}_{II}]^T$,　$[\mathbf{K}_{BI}] = [\mathbf{K}_{IB}]^T$

$\mathbf{U}_B$: レグの結合部における内部節点変位ベクトル
$\mathbf{U}_I$: レグの非結合部における内部節点変位ベクトル
$\mathbf{P}_B$: デッキプレートがレグとの結合部において レグ頂部に及ぼす反力ベクトル

添字B，Iは、それぞれ、レグとデッキプレートとの結合部およびレグの非結合部を意味する。

式(1) の第二式を$\mathbf{U}_I$ について解きそれを第一式に代入すると次式を得る。

$$[\widetilde{\mathbf{K}}_{BB}]\{\mathbf{U}_B\} = \{\mathbf{P}_B\} \qquad \cdots\cdots(2)$$

ここに　$[\widetilde{\mathbf{K}}_{BB}] = [\mathbf{K}_{BB}] - [\mathbf{K}_{BI}][\mathbf{K}_{II}]^{-1}[\mathbf{K}_{IB}] = [\widetilde{\mathbf{K}}_{BB}]^T$

2−3　結合部変位と剛体変位との関係

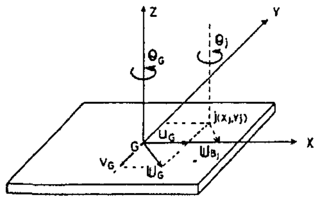
デッキプレートの重心の剛体変位ベクトル $\mathbf{U}_G$ の成分はx軸およびy軸方向の並進変位成分 u_G, v_G とz軸まわりの回転変位成分 θ_Z である。 j番目のレグの頂部における変位ベクトル $\mathbf{U}_{Bj}$ の成分はx軸およびy軸方向の並進変位成分 u_{Bj}, v_{Bj} と、z軸回りの回転変位成分 θ_{Bj} とである。 G−xy座標系に関するj番目のレグ頂部のxおよびy座標を、それぞれ、x_j, y_j として、$\mathbf{U}_{Bj}$ と $\mathbf{U}_G$ の関係式を行列表示すると次のようになる。

$$\{\mathbf{U}_{Bj}\} = \begin{Bmatrix} u_{Bj} \\ v_{Bj} \\ \theta_{Bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_j \\ 0 & 1 & x_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_G \\ v_G \\ \theta_G \end{Bmatrix}$$

$$\equiv [\mathbf{T}_{rj}]\{\mathbf{U}_G\} \quad (j=1,2,3,4) \qquad \cdots\cdots(3)$$

上記の関係式をレグ全体に対して行列表示すると次のようになる。

$$\{\mathbf{U}_B\} = [\mathbf{T}_r]\{\mathbf{U}_G\} \qquad \cdots\cdots(4)$$



図－2　デッキプレートの剛体変位

ここに　$\{\mathbf{U}_B\} = [\mathbf{U}_{B1}{}^T \vdots \mathbf{U}_{B2}{}^T \vdots \mathbf{U}_{B3}{}^T \vdots \mathbf{U}_{B4}{}^T]^T$，　$[\mathbf{T}_r] = [\mathbf{T}_{r1}{}^T \vdots \mathbf{T}_{r2}{}^T \vdots \mathbf{T}_{r3}{}^T \vdots \mathbf{T}_{r4}{}^T]^T$

２－４　デッキプレートの重心に関する力－偶力系

第ｊ番目のレグ頂部に作用する力$\mathbf{P}_{Bj}$をそれと同値なデッキプレート重心に関する力－偶力系 $\{\mathbf{F}_G\}_j$ に変換すると次式を得る。

$$\{\mathbf{F}_{Gj}\} \equiv \begin{Bmatrix} P_{xj} \\ P_{yj} \\ M_{zj} - y_j P_{xj} + x_j P_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -y_j & x_j & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{xj} \\ P_{yj} \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}_{rj}]^T\{\mathbf{P}_{Bj}\} \qquad \cdots\cdots(5)$$

ここで、P_{xj}，P_{yj} は ｘ軸およびｙ軸方向に作用する力、M_{zj} は ｚ軸まわりに作用するねじりモーメントである。　式(5) の関係式を次の諸行列 $\{\mathbf{F}_G\} = \{\mathbf{F}_{G1}\} + \{\mathbf{F}_{G2}\} + \{\mathbf{F}_{G3}\} + \{\mathbf{F}_{G4}\}$，$\{\mathbf{P}_B\} = [\mathbf{P}_{B1}{}^T \vdots \mathbf{P}_{B2}{}^T \vdots \mathbf{P}_{B3}{}^T \vdots \mathbf{P}_{B4}{}^T]^T$ を用いてすべてのレグについて取りまとめると次の行列表示式が得られる。

$$\{\mathbf{F}_G\} = [\mathbf{T}_r]^T\{\mathbf{P}_B\} \qquad \cdots\cdots(6)$$

２－５　デッキプレートの剛体運動を支配する運動方程式

式(2),(4) を用いて式(6) の $\{\mathbf{P}_B\}$を $\{\mathbf{U}_G\}$で表わしダランベールの原理を適用すると、レグ部の剛性を考慮に入れたデッキプレートの水平面内における剛体運動を支配する運動方程式が次式により求まる。

$$[\mathbf{M}_G]\{\ddot{\mathbf{U}}_G\} + [\widehat{\mathbf{K}}_G]\{\mathbf{U}_G\} = \{\mathbf{O}\} \qquad \cdots\cdots(7)$$

ここに、

$$[\mathbf{M}_G] = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 \\ 0 & 0 & I_G \end{bmatrix}, \qquad [\widehat{\mathbf{K}}_G] = [\mathbf{T}_r]^T[\widetilde{\mathbf{K}}_{BB}][\mathbf{T}_r]$$

M_D ：デッキプレート重量
I_G ：デッキプレートの重心Gに関する極慣性モーメント

式(7) より得られる次の固有値問題　$([\widehat{\mathbf{K}}_G] - \tau^2[\mathbf{M}_G])\{\phi_G\} = \{\mathbf{O}\}$ を解けば、剛体運動の固有振動数τと自由振動モード $\{\phi_G\}$とが求まる。

３．計算結果

簡単な着底式海洋構造物をモデル化したものを図－１に示す。　縮合された剛性マトリクスを求めるのに各レグを８個の梁要素に分割している。　梁の１節点が５自由度であるので、レグ１本当たりの自由度は４０である。

表－１　デッキプレートの剛体自由振動モード

モード　1	モード　2	モード　3
0.109×10^{-3}	0.109×10^{-3}	0
0.109×10^{-3}	-0.109×10^{-3}	0
0	0	0.627×10^{-5}

数値計算に用いた物理定数は、ポアソン比 0.3，ヤング率 2.1×10^{10}kgf/m²，鋼の密度7850kg/m³ またデッキプレートの重量及び極慣性モーメントは、4.24×10^{4} kg，2.54×10^{10}kg･m² である。　運動方程式にモード法を適用し、自由振動モードを求めた計算結果を表－１に示す。　今後は、デッキプレートの曲げ剛性を考慮にいれてスペクトル解析を行ない構造物の動的特性を明らかにしていく予定である。

《参考文献》

Guyan,R.J., "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," AIAA Journal, Vol.3, Feb, 1965, P.380