

3次元インクルージョンによる波動散乱問題の解析

岡山大学工学部 正会員 ○広瀬壮一
鹿島建設(株) 中尾俊司

1. はじめに

境界要素法で動弾性問題を解析する手法としては、従来から周波数域境界要素法がよく用いられてきた。しかし最近では、直接時間依存の基本解を用いて解析する時間域境界要素法の研究も行われるようになってきている。そこで本研究では、時間域境界要素法を3次元動弾性問題に適用し、無限領域内にある空洞およびインクルージョンによる弾性波動の散乱問題を解析した。また周波数域級数解¹⁾の逆フーリエ変換により求めた解とを比較することで、本研究の解の精度を検定する。

2. 解析方法

解析モデルは、図1に示すような無限領域内にある半径 a の球状の空洞またはインクルージョンとし、振幅 σ のステップ応力を有する平面P波が入射波として z 軸正向きに進むものとする。

境界条件として次の3種類のものを考える。

① 空洞 : $t = 0$

② 弾性インクルージョン(完全結合) :

$$u = \bar{u}, \quad t = -\bar{t} \quad (\text{図2})$$

③ 弾性インクルージョン(バネ結合) :

$$t = -\bar{t} = K \cdot (\bar{u} - u) \quad (\text{図3})$$

ただし、 u 、 t はそれぞれ変位と表面力を表し、 K はバネ定数である。

物体力がなく、初期変位、初期速度が共に0であると仮定すると、次のような境界積分方程式が得られる。

$$c_{ij}(\xi) u_i(\xi, t) = \int_S \{ U_{ij}(x, t; \xi) * t_j(x, t) - T_{ij}(x, t; \xi) * u_j(x, t) \} dS \quad (1)$$

ここで $c_{ij}(\xi)$ は、二重層ポテンシャルのfree termであり、 U_{ij} 、 T_{ij} はそれぞれ時間域における変位、表面力の基本解である。また“*”はtime convolutionを表している。

本研究では、球状の境界を78個の四辺形一定要素に分割し、式(1)の境界積分方程式を離散化して各時間ステップごとに解を求めた。

3. 数値解析例

空洞 無限領域内に半径 a の球状の空洞が1個ある場合について、境界条件①のもとで解析を行った。入力データを表1 case1に示す。そして図4に示した3要素(A, B, C)の z 軸方向の変位を無次元化し、ステップごとにプロットしたものが図5である。このケースについて周波数域級数解の逆フーリエ変換により求めた解(図6)と比較したところ、ほとんど一致した結果が得られ、本研究の解の精度はかなり良いと考えられる。また要素Aの z 軸方向の変位が負となっている部分があるが、これは要素分割が原因と考えられる数値誤差である。

弾性インクルージョン(完全結合) 無限領域内に半径 a の球状の弾性インクルージョンがある場合について、境界条件②のもとで解析を行った。入力データを表1 case 2-1, 2-2 に示す。それぞれのケースに

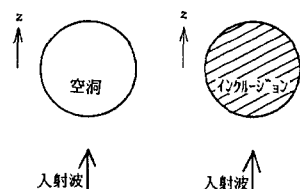


図1 解析モデル

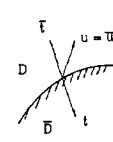


図2 境界条件②

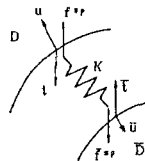


図3 境界条件③

ついて図4に示した3要素(A, B, C)のz軸方向の変位をプロットしたものが図7, 8である。これらの図から、インクルージョンが外部領域に比べて軟らかい場合は、入射波の通過にともなって変形するが、硬くなるにつれて変形しにくくなることがわかる。

弾性インクルージョン(バネ結合) 無限領域内に半径aの球状の弾性インクルージョンがある場合について、境界条件③のもとで解析を行った。入力データを表1 case 3-1, 3-2に示す。図4に示す3要素(A, B, C)についてそれぞれ外部領域側とインクルージョン側のz軸方向の変位をプロットしたものが図9, 10である。これらの図において実線で示したものはインクルージョン側の値である。これらの図から、バネが軟らかいときは外部領域は入射波の通過にともなって変形するが、インクルージョンはバネの伸縮によりほとんど変形していないことがわかる。そしてバネを硬くすると境界条件②の場合に近づいてくる。

表1 入力データ

	速度比 c_p : P波速度, c_s : S波速度				バネ定数 K_0 : 法線方向, K_s : せん断方向		時間 きざみ値
	c_p/c_s	E_p/E_s	ν_p/ν_s	$\bar{\nu}/\mu$	$a K_0/\rho c_s^2$	$a K_s/\rho c_s^2$	
case 1							0.3
case 2-1	$\sqrt{3}/2$	1/2					
case 2-2	$\sqrt{3}$						
case 3-1	$2\sqrt{3}$	2	1/0		1.0	0.4	
case 3-2					10.0	4.0	

.....: インクルージョン側の値 : 外部領域の値

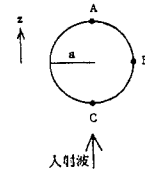


図4 解析モデルと注目した要素

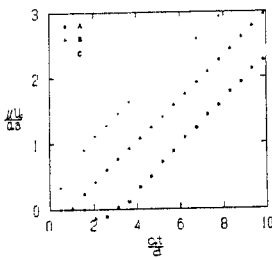


図5 case1 変位図

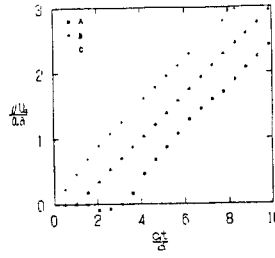


図7 case2-1 変位図

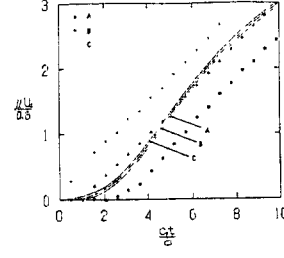


図9 case3-1 変位図

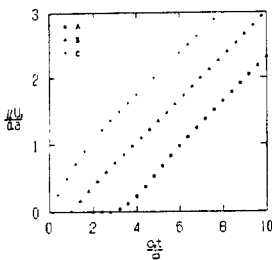


図6 case1 周波数領域数値解の逆フーリエ変換により求めた解

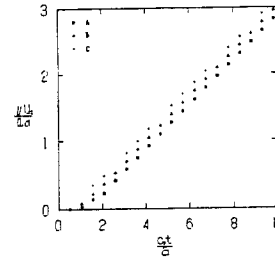


図8 case2-2 変位図

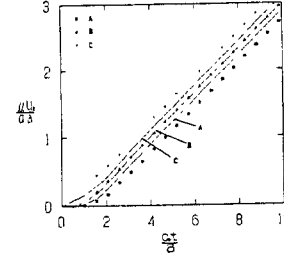


図10 case3-2 変位図

4. おわりに

本研究では無限領域内にインクルージョンがある場合の解析を行ったが、今後の課題としては半無限領域での解析、非線形問題の解析などが挙げられる。

《参考文献》

- 1) Y.-H.Pao and C.C.Mow: Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, Crane and Russak, New York, 1973