

構造物—基礎系の同定に関する一考察

徳島大学工学部 正員○沢田 勉 徳島大学工学部 正員 平尾 潔
 徳島大学工学部 正員 成行義文 フジタ工業(株) 小山伸一

1. はじめに 構造物系の耐震設計では、強震時の系の動特性を精度よく推定することが重要である。ところで、土木・建築構造物は、一般に地盤に支持されているため、基礎と地盤の動的相互作用が上部構造物の応答に大きな影響を及ぼす。したがって、基礎と地盤の動的相互作用を表すばねと減衰を知ることは、構造系の応答を把握するうえで重要である。本報告では、基礎のスウェイとロッキングを含む構造系の動特性を拡張カルマンフィルター⁽¹⁾により同定し、パラメータの同定の可能性と解の収束性を検討する。

2. 拡張カルマンフィルターによる構造物—基礎系の同定 Fig.1に示すように、構造物—基礎系を $(n+2)$ 自由度振動系でモデル化する。上部構造物は n 質点の断面型とし、仮想質量を含めた基礎はスウェイおよびロッキング振動するものとする。このとき、系の運動方程式は次のように表される。

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + k\mathbf{y} = -M\mathbf{f}\ddot{\mathbf{z}} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_n, y_H, \theta\}^T$ は質点の相対変位、 $\mathbf{f} = \{1, \dots, 1, 0\}^T$ は定数ベクトル、 M =質量行列、 K =剛性行列、 C =減衰行列である。

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & & & \\ & & & m_n & \\ & & & & m_H \\ & & & & & J_R + \sum m_i H_i^2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & & & -k_1 h_1 \\ & k_1 + k_2 & -k_2 & & k_1 h_1 - k_2 h_2 \\ & & & & \\ & & & k_{n-1} + k_n & -k_n & k_{n-1} h_{n-1} - k_n h_n \\ & & \text{SYM.} & & k_n + k_H & k_n h_n \\ & & & & & \sum k_i h_i^2 + k_R \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $H_i = \sum_{j=1}^n h_j$ 、 C は K と同形であり、 k の代わりに c を代入して得られる。系の変位、速度、加速度応答 $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$ を拡張カルマンフィルターに組み込むため、Newmarkの β 法により $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$ を求め、 $\ddot{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{x}_1$ 、 $\dot{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{x}_2$ 、 $\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}_3$ で表すと、応答に関する次の状態方程式が得られる。

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + \Delta x_2(k) + \Delta^2(0.5 - \beta)x_3(k) + \Delta^2\beta x_3(k+1) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \Delta x_3(k) + \Delta^2\alpha x_3(k+1)/2 \\ x_3(k+1) = [M + \Delta C/2 + \Delta^2 K]^{-1} [-Mfz - C\{x_2(k) + \beta \Delta x_3(k)/2\} - K\{x_1(k) + \Delta x_2(k) + \Delta^2(0.5 - \beta)x_3(k)\}] \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 Δ =時間刻み、 β =Newmarkの β である。つぎに、同定すべき系パラメータをばね定数 $\{k_1, \dots, k_n, k_H, k_R\} = \mathbf{x}_4$ 、減衰係数 $\{c_1, \dots, c_n, c_H, c_R\} = \mathbf{x}_5$ とすると、これらに関する状態方程式は次式となる。

$$x_4(k+1) = x_4(k), \quad x_5(k+1) = x_5(k) \quad (4)$$

他方、拡張カルマンフィルターによる同定の際に用いる観測方程式は、たとえば各質点および基礎のスウェイとロッキングの加速度記録を用いる場合には、次のようになる。

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 0 \cdots 0 & 1 & 0 & 0 \cdots 0 & 0 \cdots 0 \\ & 0 \cdots 0 & 0 & 1 & 0 \cdots 0 & 0 \cdots 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ 0 \cdots 0 & 0 & 0 \cdots 0 & 1 & 0 \cdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{z}$ =観測記録、 $\mathbf{v}$ =観測記録に含まれるノイズである。以上の状態方程式(3)、(4)および観測方程式(5)を拡張カルマンフィルターのアルゴリズム⁽¹⁾に組み込むことにより、構造物—基礎系の同定問題を定式化できる。

3. 数値計算および考察 3自由度—基礎系のばね定数および減衰係数を同定する。地盤入力加速度としては、最大振幅 100cm/sec²のホワイトノイズを用い、Newmarkの β 法により各質点および基礎の加速度応答を計算した後、これに各応答最大値の5%のノイズを付加して観測記録を作成した。なお、観測記録の時間刻みは $\Delta = 0.01$ sec、継続時間は10secとした。Table 1には、同定に用いた3自由度—基礎系の諸元を示す。

以下では、上部構造および基礎の全ての加速度記録を用いた場合と、上部構造のみの記録を用いた場合について数値計算を行い、構造物—基礎系の同定の可能性および解の収束性を検討する。

(1) 基礎のロッキングおよびスウェイを含む全ての加速度記録を用いた場合

拡張カルマンフィルター

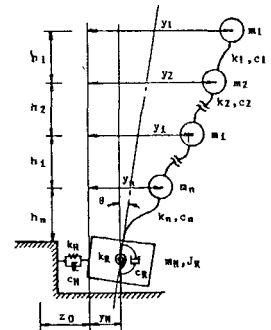


Fig.1 Sway-Rocking Model

による多自由度系の同定では、全ての質点での観測記録が用いられない場合には、解が発散したり収束性が悪くなることが報告されている⁽¹⁾。本報告では、紙面の都合で割愛したが、拡張カルマンフィルターによる振動系の同定においては、状態推定量の誤差共分散の初期値 $P_1(t_0/t_0) \sim P_5(t_0/t_0)$ (これらはそれぞれ変位、速度、加速度、ばね定数および減衰係数に対応する)、および、観測記録に含まれるノイズの共分散 R が、解の収束性に大きな影響を与える。そこで、これらを広範囲に変化させて数値計算を行い、同定が可能な $P_1(t_0/t_0)$ を検討した。その結果、 R が 10^{-3} (基礎のロッキングについては 10^{-6}) の時に同定可能な $P_1(t_0/t_0)$ の範囲として、次の値が得られた (かつこ内はロッキング振動に対応する)。

$$P_1(t_0/t_0) : 10^{-7} \sim 10^{-4} (10^{-11} \sim 10^{-8}),$$

$$P_2(t_0/t_0) : 10^{-5} \sim 10^{-2} (10^{-9} \sim 10^{-6}),$$

$$P_3(t_0/t_0) : 10^{-3} \sim 10^0 (10^{-7} \sim 10^{-4}),$$

$$P_4(t_0/t_0) : 10^{-3} \sim 10^0 (10^{-1} \sim 10^4),$$

$$P_5(t_0/t_0) : 10^{-7} \sim 10^{-4} (10^{-3} \sim 10^0).$$

以上のように、構造物-基礎系の同定においても、状態推定量の誤差共分散の初期値として、かなり広い範囲の値を与えても同定が可能ながわかった。Fig. 2は、同定に用いた観測波形 (左側) と推定波形 (右側) を対比して示した。図より、両者はよく一致していることがわかる。

Fig. 3には、ばね定数 (左側) と減衰係数 (右側) の同定結果を、それぞれの真値に対する比で示した。これより、ばね定数は1 sec程度で、また減衰係数は5 sec程度で真値に収束することがわかる。このように、基礎および上部構造物の全ての観測記録を用いた場合には、ばね定数および減衰係数を精度よく同定できることがわかった。

(2) 上部構造物の各質点の加速度記録のみを用いた場合 Tomizawaらは⁽²⁾、上と同様の構造物-基礎系について、モード解析に基づいて系パラメータを同定している。しかし、この方法では、基礎

のスウェイとロッキングの観測記録が同定の際に必要なとしている。ここでは、基礎のスウェイとロッキングの記録が得られない場合について数値計算を行い、同定の可能性を検討した。Fig. 4は、この場合のばね定数と減衰係数の同定結果を示したものである。図より、収束性は若干悪くなるが、基礎のスウェイとロッキングの観測記録を用いなくとも、系パラメータを同定できることがわかった。

4. おわりに 拡張カルマンフィルターを用いて構造物-基礎系の同定問題を定式化し、解の収束性と精度を検討した。その結果、構造物-基礎系の同定に拡張カルマンフィルターが適用可能なこと、また基礎のスウェイとロッキングの記録を用いない場合にも系パラメータの同定が可能ながわかった。

Table 1 True and Initial Values of Spring Constant and Damping Coefficient

No.	Mass m	True Value		Initial Value		Height h
		k	c	k	c	
1	1.0	100.0	2.0	150.0	3.0	3.0
2	1.0	100.0	2.0	150.0	3.0	3.0
3	1.0	100.0	2.0	150.0	3.0	3.0
S	20.0	1000.0	20.0	1500.0	30.0	
R	1000.0	40000.0	400.0	60000.0	600.0	

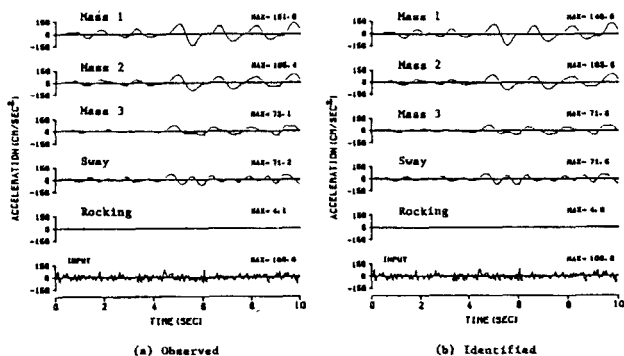


Fig. 2 Observed and Identified Acceleration Time Histories in The Case of Using All Observation Records

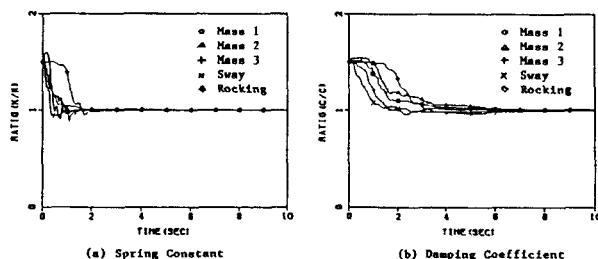


Fig. 3 Identification Results in The Case of Using All Observation Records

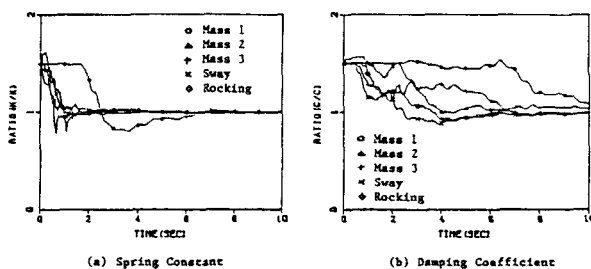


Fig. 4 Identification Results in The Case of Using Records Except for Sway and Rocking