トラス構造物の総合的最適化アルゴリズムの収束性の比較検討

愛 媛 大 学 工 学 部　正会員　大久保禎二
八千代エンジニアリング(株)　正会員　○吉 谷 和 之

1．まえがき

著者の一人は、これまでに凸近似法および双対法を用いてトラス構造物の幾何形状、各部材の断面積および使用材種を同時に最適化する総合的な最適設計法に関する研究を行ってきているが [たとえば1]、本研究では、各設計変数の改良過程で考えられる種々の改良方法の信頼性および能率性について比較検討した結果について述べるものである。

2．原設計問題の定式化

トラス構造物の製作費用を最小にする最適設計問題において、各部材の断面積 A、使用材種 Mおよび格点の高さ Yを設計変数とする原設計問題の目的関数 W、および制約条件 gは、次に示すようなA，Y，Mの関数として表わすことができる。

目的関数　$W(A,Y,M)=\sum_{i=1}^{n}\rho_i[M_i]\cdot\ell_i[\widetilde{Y}_i]\cdot A_i$ ，制約条件　$g_j(A,Y,M)\leqq 0\ (j=1,\cdots,q)$　(1)

上式において、$\rho_i[M_i]$は材種が M_iである部材 i の単位体積当りの相対的な製作費、$\ell_i[\widetilde{Y}_i]$は部材 i の部材長、q は制約条件の数、n は部材数である。

3．近似設計問題および双対問題の導入

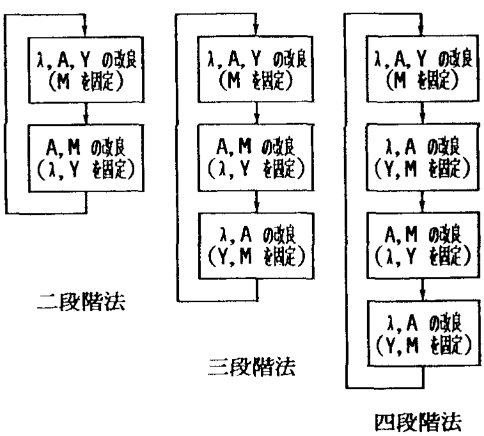
トラス構造物の原設計問題を原変数および逆変数を含む混合変数を用いて凸設計問題に近似し、この近似設計問題のラグランジュ関数 Lを導入すると次式を得る。

$$L(\lambda,A,Y,M^0+\Delta M)=\sum_{i=1}^{n}[\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]A_i+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j(\underset{(+)}{a_{ij}}A_i-\underset{(-)}{a_{ij}}(A_i^0)^2\frac{1}{A_i}+m_{ij}\Delta M_i)]$$
$$+\sum_{k=1}^{p}[\Delta W_k[M^0+\Delta M]Y_k+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j(\underset{(+)}{y_{kj}}Y_k-\underset{(-)}{y_{kj}}(Y_k^0)^2\frac{1}{Y_k})]+[\overline{W}+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j\overline{U}_j] \qquad (2)$$

ここに、$a_{ij}=\partial g_j/\partial A_i$、$y_{kj}=\partial g_j/\partial Y_k$、$m_{ij}=\partial g_j/\partial M_i$ であり、$\overline{W}$および $\overline{U}_j$は、それぞれ目的関数および制約条件の定数項、ΔWは目的関数の変化量、λは双対変数(ラグランジュ乗数)である。
式（2）の双対問題の解はL（λ, A, Y, M^0+ΔM）の値をλに関して最大化、A，Y，Mに関して最小化することにより決定される。

4．最適解の決定アルゴリズム

式(2)において、変数A_i, Y_k, M_iが(A_i, M_i)とY_kに分離可能な形式となっていること、およびA, Yの連続性、Mの離散性を考慮して、A, Y, Mの改良は、Mを固定し、A, Yのみを考慮して Lを最小化、λに関して Lを最大化することにより A, Y, λを改良する過程と、その結果を受け継いで Y, λを固定し A, Mを感度解析により改良する２段階の改良方法を反復することにより行うことができる。この場合、(A, Y)および(A, M)の各改良過程における設計問題の近似の精度を向上させることにより、より確実に改良解を決定できることが考えられる。そこで本研究では、A, Y, Mの多段階の改良過程に関して図－１に示す３種類の改良過程を考え、それぞれの方法について検討を行った。



図－１　三種類の改良過程

また、A, Mの感度解析による改良過程においては、各

部材要素毎に材種を1ランク上位、あるいは1ランク下位の材種に変更した場合のL_iの値の大小を比較し、最小のL_iの値を与えるA_i, M_iの組合わせを改良解としているが、材種改良ΔM_iによるL_iおよびA_iへの影響をどのように評価するのが最も効率的であり信頼性があるかという観点から、次の(a),(b),(c)の3種類のL_iについて検討を行った。なお、式(3)〜(9)における肩文字 ^{0} はすべて改良前の値を示す。

(a) $$L_i[A_i,\Delta M_i]=\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]A_i+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j[\underset{(+)}{a_{ij}}A_i-\underset{(-)}{a_{ij}}(A_i^0)^2\frac{1}{A_i}+m_{ij}\Delta M_i] \quad (3)$$

$$A_i^2=-\sum_{j=1}^{q}\lambda_j\underset{(-)}{a_{ij}}(A_i^0)^2/\{\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j\underset{(+)}{a_{ij}}\} \quad (4)$$

この方法では、M_iの決定の際、M_iの変化によるすべての制約条件への影響を考慮している。しかし、$\partial L_i/\partial A_i=0$ の条件より得られるA_iの決定式(4)には$\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]$のみしか考慮されない。

(b) $$L_i[A_i,\Delta M_i]=\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]\overline{A}_i \quad (5)$$

ただし、$\overline{A}_i$は次の式(6),(7)により決定する。

・たわみおよび応力の制約条件がアクティブな場合

$$\overline{A}_i=A_i^0\cdot E_i^0/E_i \quad (6)$$

・応力の制約条件のみがアクティブな場合

$$\overline{A}_i=A_i\cdot\sigma_a^0/\sigma_a \quad (7)$$

この方法では、各部材のMの変化の影響を、その影響が最も大きく表われる着目部材のみに限定して考慮している。

(c) $$L_i[A_i,\Delta M_i]=\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]A_i+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j\{[a_{ij}-\frac{m_{ij}\Delta M_i}{A_i^0}]_{(+)}A_i-[a_{ij}-\frac{m_{ij}\Delta M_i}{A_i^0}]_{(-)}(A_i^0)^2\frac{1}{A_i}\} \quad (8)$$

$$A_i^2=-\sum_{j=1}^{q}\lambda_j[a_{ij}-\frac{m_{ij}\Delta M_i}{A_i^0}]_{(-)}(A_i^0)^2/\{\Delta W_i[M_i^0+\Delta M_i]+\sum_{j=1}^{q}\lambda_j[a_{ij}-\frac{m_{ij}\Delta M_i}{A_i^0}]_{(+)}\} \quad (9)$$

この方法では、$m_{ij}\Delta M_i$の影響をa_{ij}と同様にA_iの関数として評価し、$m_{ij}\Delta M_i$がA_iの決定に及ぼす影響をも考慮することを目的としたものである。

5. 解析結果による最適設計アルゴリズムの比較

4. で述べた各最適設計アルゴリズムにより応力制限、たわみ制限が支配的となる種々の条件の不静定トラスの最適化を行い、次のような結果を得た。(表−1参照)

① 二段階改良法では、(a),(c)の L_iを用いた場合、(A_i, M_i)の改良段階で正確なA_iが求められず、Mが一定値に収束しないケースが多く見られた。ただし、(b)のL_iを用いる方法では、すべての設計例において、常に正確かつ能率的にA, Mを改良することができた。

② 三段階改良法では、(a)の L_iを用いた場合、二段階改良法における(a)の場合と比較して(A_i, M_i)の改良が良好に行われるケースが増加したが、設計問題の条件によっては、最適解に収束しないケースも見られた。また、(b)のL_iを用いた場合には二段階改良法と同様に確実に最適解に収束している。ただし、二段階改良法に比べ、λ, Aの改良分だけ計算時間を多く要している。また、(c)の L_iを用いる方法では、Mの変化による Aの変化が強調されすぎる傾向があり、正確な Aを求められないケースが見られた。

③ 四段階改良法では、②で述べた結果とほぼ同様の結果が得られた。ただ、二段階改良法に比べ解の収束性が特に向上することがなく、最終的な最適解を得るために必要とする計算時間は、二,三段階改良法と比べ、最も多く必要としている。

表−1 種々の改良アルゴリズムの比較

	1)	信頼性	能率性
二段階法①	a	×	×
	b	◎	◎
	c	×	×
三段階法②	a	○	○
	b	◎	○
	c	×	×
四段階法③	a	○	△
	b	◎	△
	c	×	×

◎→○→△→×の順で能率性の評価を表わす。ただし、信頼性は◎→○→×のみ。
1)：M, Aの改良方法

6. まとめ

5. で述べた種々の最適設計アルゴリズムの信頼性および能率性の比較検討の結果、二段階改良法で、かつ(b)の L_iを用いてA, Mを改良する方法が最も能率的にトラス構造物の A, Y, Mを最適化し得ることが明らかとなった。

1) Ohkubo, S. et al. Total Optimization of Truss Considering Shape, Material and Sizing Variables, in "Computer Utilization in Structural Engineering", ASCE, 1989.