

有限帯板法による曲線薄肉断面部材の解析について

愛媛大学工学部 正 員 大賀水田生
愛媛大学大学院 学生員 ○川口 晃一

1.はじめに 本研究では平板問題に対する有限帯板法(FSM)を曲線薄肉閉断面部材へ拡張するとともに、本法の基本的特性を明らかにするため、種々の解析モデルを用いて、帯板要素節点数及び数値積分法を変化させた場合の解の精度、収束性及び計算時間の検討を行った。さらに、作成した解析プログラムにより、いくつかの直線及び曲線薄肉閉断面部材の解析を行い、本法の有用性について考察した。

2.理論 FSMにより薄肉断面部材を解析する場合、各板パネルを図-1に示すように帯板要素に分割する。要素e内の任意点における中央面での変位 u, v, w 及び回転角 θ_x, θ_y は、 $y=0, b$ での境界条件(単純支持)を満足するフーリエ級数を用いて、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \sum_{k=1}^n u^k(x) \sin \frac{k\pi}{b} y, & v(x, y) &= \sum_{k=1}^n v^k(x) \cos \frac{k\pi}{b} y, & w(x, y) &= \sum_{k=1}^n w^k(x) \sin \frac{k\pi}{b} y \\ \theta_x(x, y) &= \sum_{k=1}^n \theta_x^k(x) \sin \frac{k\pi}{b} y, & \theta_y(x, y) &= \sum_{k=1}^n \theta_y^k(x) \cos \frac{k\pi}{b} y \end{aligned} \right\} \cdots (1)$$

ここで、 k はフーリエ級数項であり、 $u^k(x), v^k(x), w^k(x)$ 及び $\theta_x^k(x), \theta_y^k(x)$ は、級数項 k に対する変位及び回転振幅であり、節点自由度を用いて次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u^k(x) &= \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x) u_i^k, & \theta_x^k(x) &= \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x) \theta_{x,i}^k \\ v^k(x) &= \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x) v_i^k, & \theta_y^k(x) &= \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x) \theta_{y,i}^k \\ w^k(x) &= \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x) w_i^k \end{aligned} \right\} \cdots (2)$$

ここで、 $u_i^k, v_i^k, w_i^k, \theta_{x,i}^k, \theta_{y,i}^k$ は級数項 k に対する節点 i での節点及び回転変位であり、 N_i は節点 i の形状関数、 n_e は要素 e の節点数である。式(1)より求められる変位-ひずみマトリックス B 、応力-ひずみマトリックス D 及び座標変換マトリックス T を用いて、全体座標系に関する要素剛性マトリックス k が次のように求められる。

$$k = \int_V T^T B^T D B T dv \cdots \cdots (3)$$

3.数値計算結果及び考察

(i)解の収束性 図-2に示す3種類の帯板要素(要素A, B, C)を用いたFSMの解の収束状態を検討するため、図-3(a~d)に示す4種類の解析モデル(平板、曲線平板、直線及び曲線箱型断面部材)について要素分割数を種々変化させ解析を行った。その際、

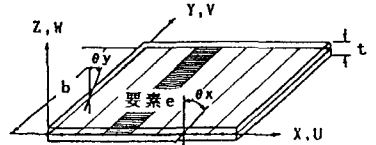


図-1 帯板要素分割

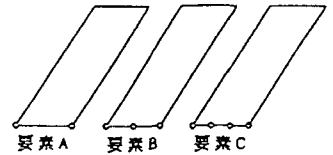


図-2 帯板要素

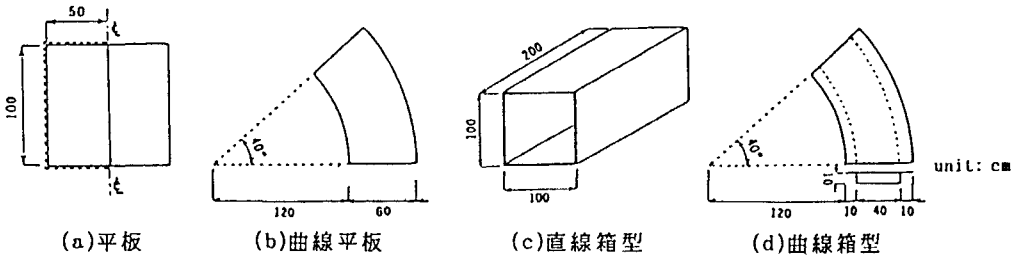


図-3 解析モデル

それぞれの要素剛性マトリックスの誘導での数値積分法(退化、選択及び全積分)が解の収束性に及ぼす影響をも検討した。図-4(a~d)に、それぞれの解析モデルに対する解の収束状態を示しており、(1)いずれの解析モデルにおいても、解の精度に多少差はあるものの、その収束状態はよく類似している、(2)要素Aの全積分では、収束解がいずれの解析モデルにおいても得られない、(3)要素Bでは、他の積分法に比較して全積分の収束性が劣っている、(4)曲線平板での要素Aの解の収束状態は振動している、(5)同一の節点数で比較した場合、全ての解析モデルにおいて要素Cの収束性が最も優れている、(6)解の精度をFEMと比較した場合、直線及び曲線箱型断面部材の解の精度は平板の場合に比較して劣っているが、収束解の誤差は最大3%である、ことなどが明かとなった。なお解を得るために必要な計算時間は、節点数が等しい場合、要素Aが最も短く、以下要素B、Cの順となり、また積分法については退化積分、選択積分、全積分の順となっている。これらのことよりFSMにより直線及び曲線箱型断面部材を解析する場合には、これらのことを考慮して要素節点数及び数値積分法を選択する必要がある。

図-4(a~d)に、それぞれの解析モデルに対する解の収束状態を示しており、(1)いずれの解析モデルにおいても、解の精度に多少差はあるものの、その収束状態はよく類似している、(2)要素Aの全積分では、収束解がいずれの解析モデルにおいても得られない、(3)要素Bでは、他の積分法に比較して全積分の収束性が劣っている、(4)曲線平板での要素Aの解の収束状態は振動している、(5)同一の節点数で比較した場合、全ての解析モデルにおいて要素Cの収束性が最も優れている、(6)解の精度をFEMと比較した場合、直線及び曲線箱型断面部材の解の精度は平板の場合に比較して劣っているが、収束解の誤差は最大3%である、ことなどが明かとなった。なお解を得るために必要な計算時間は、節点数が等しい場合、要素Aが最も短く、以下要素B、Cの順となり、また積分法については退化積分、選択積分、全積分の順となっている。これらのことよりFSMにより直線及び曲線箱型断面部材を解析する場合には、これらのことを考慮して要素節点数及び数値積分法を選択する必要がある。

(ii)曲線薄肉閉断面部材の解析

本法を用いて図-5に示す曲線薄肉閉断面部材の解析を行った。(i)での考察を参考にし、退化積分による3節点を有する帯板要素を用い、全体を18要素、35節点に分割した。図-6に得られた中央断面における変位と既往の解との比較を示しており、両者は良く一致している。

4.終わりに 本研究では、数値積分に基づく有限帯板法による曲線薄肉断面部材の解析プログラムを作成し、本法の基本的特性の検討を行った。本解析法は線形問題への適用に限られているが、今後非線形問題へも適用できる効率的なFSMの開発を行う必要がある。

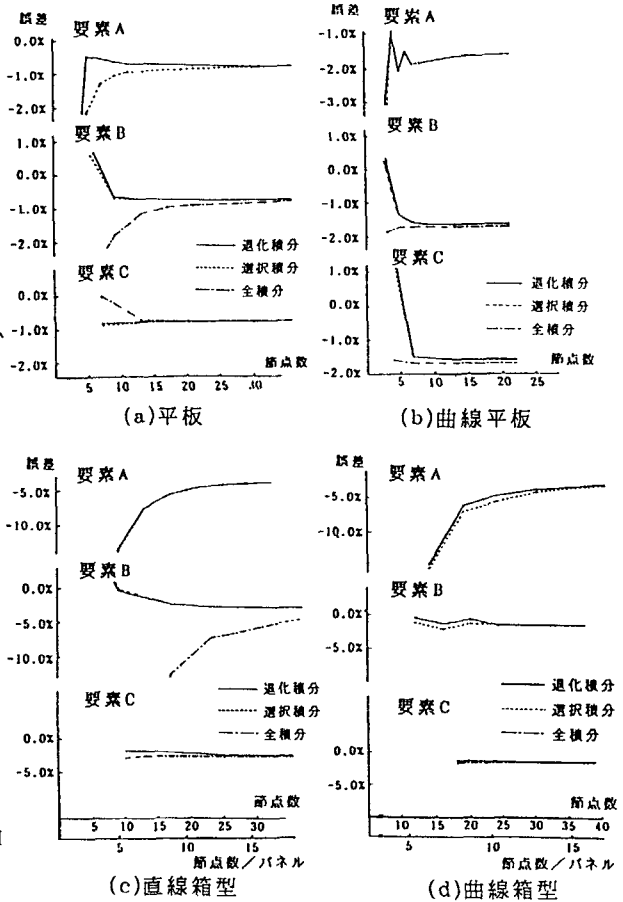


図-4 解の収束

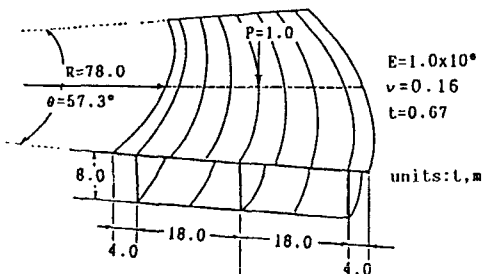


図-5 曲線薄肉閉断面部材

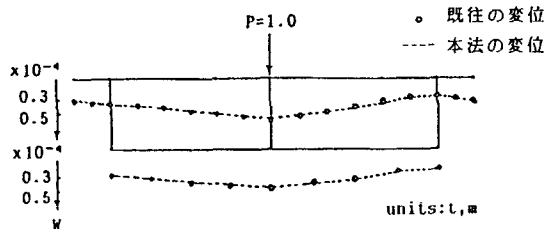


図-6 変位の比較