

境界要素-伝達マトリックス法による折板構造部材の解析

愛媛大学工学部 正員 大賀水田生
愛媛大学大学院 学生 ○小東 薫範
徳山高専 正員 重松 恒美

1. まえがき

現在、構造部材の数値解析法として有限要素法(FEM)が数多く用いられている。一方、境界要素法(BEM)は問題となる対象領域の境界を離散化し解析を行う方法であるため、FEMに比較して入力データ量及び計算時間の軽減が可能となる。しかし、この方法は直接には折板部材や不均質領域に対して適用できないなどの欠点を有している。著者らは、BEMのこの欠点を克服する一方法として境界要素法と伝達マトリックス法を組み合わせる方法(BETM)を提案し、板構造や少数の板パネルからなる折板構造部材への適用を行っている。本研究は、このBETMを多数の板パネルからなる折板構造部材へ適用し、FEMによる結果と比較することにより本法の計算精度及び計算効率についての検討を行ったものである。

2. 理論

BETMでは図-1に示すように、折板構造をいくつかの副領域($D_k, k=1, 2, \dots, m$)に分割する。薄肉断面部材の解析では、面内及び面外変位成分を同時に考慮する必要があるため、それぞれの副領域に対して二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する境界要素法の基礎式を次のように導入する。

$$H_{mk} \cdot u_{mk} = G_{mk} \cdot p_{mk} + b_{mk} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$H_{bk} \cdot u_{bk} = G_{bk} \cdot p_{bk} + b_{bk} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 H, G : 係数マトリックス

u, p, b : 境界上の変位、表面力ベクトル、荷重項

m, b : 二次元弾性問題及び曲げ問題を示す添字

式(1)、(2)の両辺に G^{-1} を前掛けするとそれぞれ次式を得る。

$$p_{mk} = K_{mk} \cdot u_{mk} - f_{mk}, \quad K_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot H_{mk}, \quad f_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot b_{mk} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$p_{bk} = K_{bk} \cdot u_{bk} - f_{bk}, \quad K_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot H_{bk}, \quad f_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot b_{bk} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(3)、(4)を変形することにより、副領域の左右の境界上の状態量を関係づける格間伝達マトリックスが二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対して、それぞれ次のように得られる。

$$\bar{z}_m^R = T_m \cdot \bar{z}_m^L, \quad \bar{z}_m = \{u, v, N_x, N_y\}^T \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\bar{z}_b^R = T_b \cdot \bar{z}_b^L, \quad \bar{z}_b = \{w, \theta, Q, M\}^T \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(5)、(6)で与えられる二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する格間伝達マトリックス T_m 及び T_b を組み合わせることにより、折板構造に対する格間伝達マトリックス T が次のように得られる。

$$\{u, v, N_x, N_y, w, \theta, Q, M\}^T = \begin{bmatrix} T_m & 0 \\ 0 & T_b \end{bmatrix} \{u, v, N_x, N_y, w, \theta, Q, M\}^T \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{z}^R = T \cdot \bar{z}^L \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 u, v, w : 局所座標系での x, y, z 方向の変位、 N_x, N_y, Q : 局所座標系での x, y, z 方向の断面力、 θ, M : 局所座標系でのたわみ角及び曲げモーメント、 $\bar{z}^L, \bar{z}^R$: 副領域の左右境界上の状態量ベクトル。ここで、全体座標系と任意の副領域の局所座標系を関係づける座標変換マトリックス R を導入し(図-1参照)、局所座標系の状態量ベクトル $\bar{z}^R, \bar{z}^L$ を全体座標系に変換すると、全体座標系に関する伝達マトリックス T' が次のように得られる。

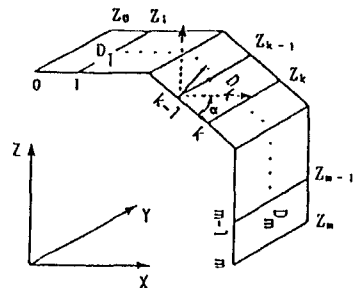


図-1 副領域分割

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & 0 \\ 0 & R_0 \end{bmatrix} \quad R_0 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (9)$$

$$z^R = R^T T R z^L = T^T z^L \quad \dots (10)$$

3. 数値計算例

BETMを用いて4枚(図-2)及び8枚(図-5)の板パネルよりなる折板構造部材が種々の荷重を受ける場合の解析を行い、FEMによる結果との比較を行った。図-4に4枚のパネルよりなる両端固定支持の折板構造部材が中央の2枚の板パネルに分布荷重を受ける場合(図-2)の変位曲線の比較を示している。分割パターンとして図-3に示すように各板パネルをBETMでは12個の境界要素を有する2個の副領域に、FEMでは6×6の四角形要素に分割している。さらに両解析法により得られた中央点Cでの鉛直変位及び計算時間の比較を表-1に示しており、両解析法による解の誤差は1.64%であり、またBETMではFEMの約74.2%の計算時間で解が得られている。図-6及び表-2に8枚のパネルよりなる両端単純支持の折板構造部材が中央節線上に線荷重を受ける場合(図-5)の変位曲線及び中央点Cでの鉛直変位、計算時間の比較を示している。BETMでは図-6に示すように各板パネルを8境界要素に、FEMでは6×6の四角形要素に分割している。両解析法による変位の誤差は1.03%であり、BETMでの計算時間はFEMの20%である。図-7及び表-3に8枚のパネルよりなる両端固定支持の折板構造部材が中央節線上に線荷重を受ける場合(図-5)の結果を示している。両解析法による変位の誤差は2.38%であり、BETMでの計算時間はFEMの30.7%となっている。

6. あとがき

多数の板パネルからなる折板構造部材においてもBETM及びFEMによる結果はほぼ一致し、さらにBETMではFEMに比較してより短い計算時間で解が得られることが明かとなった。

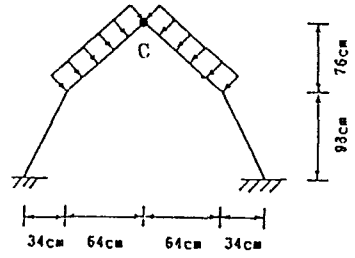


図-2 分布荷重を受ける折板構造

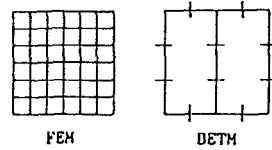


図-3 分割パターン

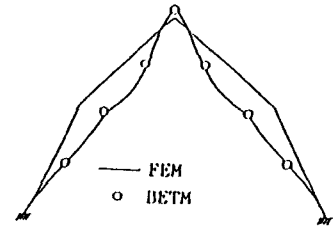


図-4 変位曲線の比較

表-1 変位及び計算時間の比較

	w(cm)	CPU(sec)
FEM	2.44	81.9
BETM	2.40	60.8
誤差(%)	1.64	74.2

表-2 変位及び計算時間の比較

(両端単純)

	w(cm)	CPU(sec)
FEM	1.95	160.8
BETM	1.97	32.1
誤差(%)	1.03	20.0

表-3 変位及び計算時間の比較

(両端固定)

	w(cm)	CPU(sec)
FEM	1.26	160.8
BETM	1.23	49.4
誤差(%)	2.38	30.7

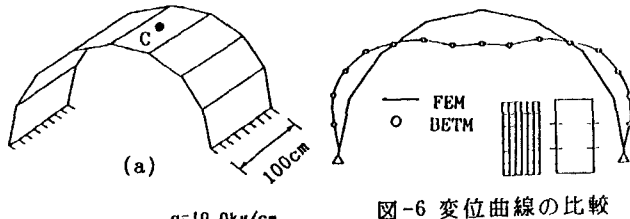


図-6 変位曲線の比較

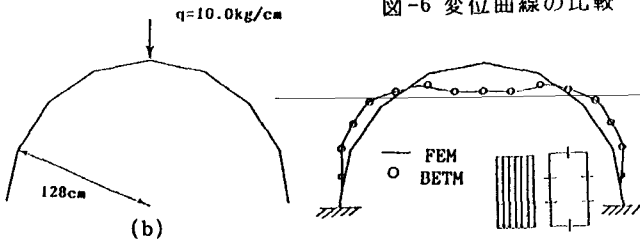


図-5 線荷重を受ける折板構造 図-7 変位曲線の比較