# 異方性岩石の応力拡大係数に関する考察

徳山高専　正員○橋本堅一
徳山高専　正員　工藤洋三
京都大学　正員　矢富盟祥
山口大学　正員　中川浩二

## 1．はじめに

岩石の破壊現象を破壊力学的な立場から考える試みが多くみられるようになった．ほとんどの岩石には異方性が多少なりとも認められるので，厳密に考えれば破壊力学的なパラメータにも異方性を考慮した解析が必要である．しかしほとんどの報告は，等方性の仮定のもとで導かれた破壊力学的パラメータをそのまま用いたものである．そこで本研究では現在，最も広く使用されている破壊力学的パラメータである応力拡大係数に対して異方性を考慮した解析を行い，求められた応力拡大係数が方向によってどの程度の差異をもつかを検討した．

## 2．異方性を考慮した応力拡大係数の解析方法

解析は多くのモデルに対応できるように有限要素法による数値解析を用いた．岩石を異方性材料として考える場合，ほとんどが直交異方性か横等方性の仮定が当てはまる．ここで横等方性は直交異方性の特別な場合と考えられるので直交異方性体を仮定すると１２個の弾性定数により（１）式が成り立つ．

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_y - \frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_z \\
\varepsilon_y &= -\frac{\nu_{12}}{E_1}\sigma_x + \frac{1}{E_2}\sigma_y - \frac{\nu_{32}}{E_3}\sigma_z \\
\varepsilon_z &= -\frac{\nu_{13}}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_y + \frac{1}{E_3}\sigma_z \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G_{23}}\tau_{yz} \\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{G_{13}}\tau_{zx} \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{12}}\tau_{xy}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここで$E_1\nu_{21}=E_2\nu_{12}$，$E_2\nu_{32}=E_3\nu_{23}$，$E_3\nu_{13}=E_1\nu_{31}$であるので，実際には９個の弾性定数で成立している．平面ひずみ状態を考えるとコンプライアンスマトリクス［Ｃ］はさらに３個の弾性定数を減じて，（２）式のようになる．

$$
[C] = \begin{bmatrix}
\frac{1}{E_1}(1-\nu_{31}\nu_{13}) & -\frac{1}{E_2}(\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}) & 0 \\
-\frac{1}{E_1}(\nu_{12}+\nu_{32}\nu_{13}) & \frac{1}{E_2}(1-\nu_{32}\nu_{23}) & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{G_{12}}
\end{bmatrix}
\tag{2}
$$

ここでマトリクス［Ｃ］は対称マトリクスである．

有限要素法によって応力拡大係数を導く方法は数多くあるが，精度の点から考えるとエネルギにより算出する方法が有効とされている．そこで本研究では亀裂長さの異なる二つの外力一定モデルの総弾性ひずみエネルギの差を求めることによりエネルギ解放率$G_I$を求め，

$$G_I = AK_I^2 \tag{3}$$

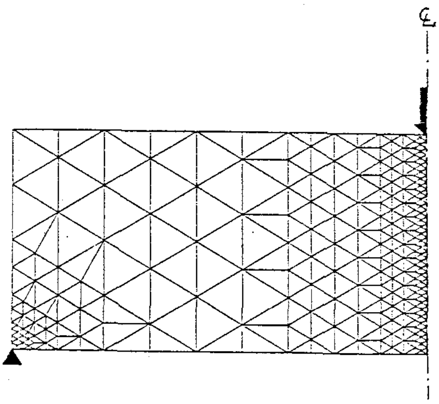
の関係により応力拡大係数$K_I$を算出した．ここで定数Ａはコンプライアンスマトリクスの成分$C_{ij}$（i,j=１～３）を用いて（４）式に示すように求められている[1]．

$$A=\left[\frac{C_{11}C_{22}}{2}\right]^{1/2}\left[\frac{C_{22}}{C_{11}}+\frac{2C_{12}+C_{33}}{2C_{11}}\right]^{1/2} \tag{4}$$

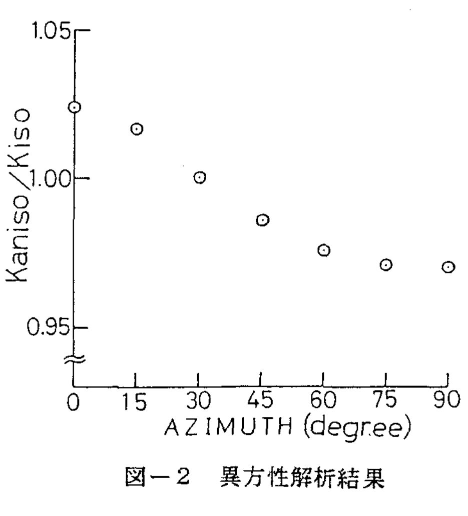
解析モデルはＡＳＴＭの破壊靭性試験にみられる３点曲げモデルとし，供試体幅Ｗ＝4cm，支点間距離Ｓ＝16cmとし，亀裂長さａはａ／Ｗ＝0.5となるように2cmとしている．モデルの有限要素分割を図－１に示す．ここでモデルは解析対象領域の半分しか示していないが異方性軸が傾斜する場合も考えるので実際にはこの２倍の888の一定ひずみ要素を用いたモデルとなっている．前述のように亀裂進展に伴う総弾性ひずみの変化を考えるため亀裂進展量$\delta$ａは一番小さな要素の一辺で1.25mmである．用いた弾性定数は愛媛県大島産の花崗岩を直交異方性体として求められたものであり[2]，最も大きい弾性係数をもつ面（一般的にhardway面と称されている）と最も小さな弾性係数をもつ面（同じくrift面と称されている）が亀裂面になるモデルが含まれるように15°間隔で計７方向の解析を行った．

## ３．解析結果

異方性解析を行う前に有限要素法による数値解析的な誤差を検討するため，等方性解析を行った．３点曲げ破壊靭性試験モデルの解は解析解と±2％以内の一致をもってＡＳＴＭの公式として示されているので[3]，それに諸量を代入して応力拡大係数を求め，本研究で行った等方性解析と比較した．その結果-0.8％の差が存在した．図－２に異方性解析の結果を示す．縦軸は異方性解析により得られた応力拡大係数を等方性解析により得られた値で除して無次元化したものである．また横軸はhardway面とrift面に垂直な面内で亀裂方向を変化させたときの角度であり，0°がhardway面が亀裂面になっている場合，90°がrift面が亀裂面になっている場合である．この図よりhardway面を亀裂が伝播する解析が最も大きな応力拡大係数を与え，rift面を亀裂が伝播する場合の解析が最も小さな応力拡大係数を与えていることがわかる．またその形は滑らかな曲線状にはなっているが調和波とは若干異なる．すなわち等方性解と一致するところは30°付近で，hardway面側に圧縮されたかたちになっている．この形状は圧裂引張応力に対する異方性解析[4]によく似ている．さらに等方性解との差は±2～3％程度であった．




図－１　解析モデル




図－２　異方性解析結果

## ４．おわりに

以上のようにＡＳＴＭなどにみられる３点曲げ破壊靭性モデルに対して異方性を考慮した応力拡大係数の解析を行った．その結果これまでの報告にある弾性定数を用いる限りは±2～3％の違いしかないことがわかった．この差を等方性解に補正を加えるかどうかは弾性定数の妥当性などの影響もでてくるであろうし，対象となる解析・実験の精度にも関係してくるであろう．

参考文献

1) P. C. Paris and G. C. Sih, ASTM STP 381, 30-83 (1965)
2)佐野修，工藤洋三，河嶋智，水田義明，材料 vol.38, 818-824 (1988)
3)J.E.Srawley, Int. J. Frac. Mech., 12, 475-476 (1976)
4)B. Amadai, J. D. Rogers and R. E. Goodman, Proc. 5th Int. Congr. on Rock Mech. Melbourne, 189-196 (1983)