

感潮部における成層流のk-εモデルによるシミュレーション

日本道路公団 正員 ○多田 寿 岡山大学工学部 正員 河原長美

1. はじめに

河川の水質汚濁、湖沼の富栄養化など、最近一応の改善が見られつつあるが、水質保全が重要な課題であることは、現在も将来においても変わりはないと考えられる。各種開発行為や水質保全対策に伴う水質の変化の将来予測においては、流動に関する式と拡散方程式とが連立されて解かれることが多い。従来は、運動方程式における渦動粘性係数を実験値もしくは仮定値として与えていたが、近年、乱れの輸送方程式により、渦動粘性係数を算出するk-εモデルが、簡単な形状の領域に適用され一応の成果を収めるようになってきている。本研究においては、このk-εモデルを複雑な形状の実領域に適用し流動ならびに水質の予測を試みる。そして、従来用いられている0方程式モデルの計算結果及び観測値との比較を行い、実領域へのk-εモデル適用性を検討するとともに今後の課題を明らかにする。

2. 基礎方程式

(1)連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(2)運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g &= 0 \end{aligned}$$

(3)拡散方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (vc)}{\partial y} + \frac{\partial (wc)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} D_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} D_y \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} D_z \frac{\partial c}{\partial z}$$

(4)k方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (uk)}{\partial x} + \frac{\partial (vk)}{\partial y} + \frac{\partial (wk)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t \partial k}{\sigma_k \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t \partial k}{\sigma_k \partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t \partial k}{\sigma_k \partial z} \right) \\ &\quad + P' + G - \varepsilon \end{aligned}$$

(5)ε方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (u\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial (v\varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial (w\varepsilon)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t \partial \varepsilon}{\sigma_\varepsilon \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t \partial \varepsilon}{\sigma_\varepsilon \partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t \partial \varepsilon}{\sigma_\varepsilon \partial z} \right) \\ &\quad + C_{\varepsilon 1} (P' + C_{\varepsilon 2} G) (\varepsilon/k) - C_{\varepsilon 3} (\varepsilon^2/k) \end{aligned}$$

ここで、

$$P = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad G = \beta g \frac{\nu_t \partial \phi}{\sigma_t \partial x}$$

$$\nu_t = C_u (k^2/\varepsilon), \quad Di = \nu_t e^{a Ri}$$

k: 乱れエネルギー、ε: 乱れエネルギーの逸散率、ν_t: 渦動粘性係数、Di: 拡散係数、σ_t: Shind数、C_{ε1}, C_{ε2}, C_{ε3}, C_u, a, β: 実験定数、Ri: Richardson数

3. 旭川感潮域の概要及び解析方法

計算の対象領域である旭川感潮域は、河口より約7.9km 上流に位置する新堰により区切られ、複雑な地形をしている。本研究においては河口付近を複断面として扱い、計算においては差分法を用い、連続式、運動方程式、拡散方程式は陽解法を、k方程式、ε方程式は陰解法であるCrank-Nicolson法を用いて解析を行った。用いた諸定数については、表1に示す。

4. 解析結果及び結論

解析結果は図1に示す通りである。これは、観測時間AM11:00(引潮時)での状態を再現しており、河口

を出発点とし下流からの5地点(0.0, 2.2, 3.6, 5.4, 7.4km)での流速及び塩分濃度の鉛直分布図、さらに流域全域の塩分濃度分布図を示している。この図より、次のことが言える。

- ①流速分布は、 $k-\varepsilon$ モデル、0方程式モデルともに、観測値の全体的特徴を比較的再現している。
- ②塩分濃度分布は、 $k-\varepsilon$ モデル、0方程式モデルともによく似た値を示しているが、やや $k-\varepsilon$ モデルのほうが鉛直混合が強い。
- ③ $k-\varepsilon$ モデルの方が、上流側での濃度分布をよく再現している。

以上のことより、 $k-\varepsilon$ モデル、0方程式モデルともに旭川河口部の挙動をほぼ再現していると言え、上流部の再現性においては $k-\varepsilon$ モデルの方が優れていると言える。尚、流況に関しては、 $k-\varepsilon$ モデルの方が自然な流れを表したことを付け加えておく。

ただし、これらの予測に関しては、拡散係数と渦動粘性係数との比を表す関数が必要であり、本研究ではRichardson数の関数で表したが、さらに適切な関数の開発が必要であり、そのためにも実験や観測が重要な役割を果たすと思われる。また、メッシュの切り方においても河床付近では、細かく切るなどの工夫が必要と思われ、メッシュの切り方も今後の課題と考えられる。

表1 $k-\varepsilon$ モデルにおける定数

C_u	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_{3\varepsilon}$		σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	$G > 0$, 1.0	$G < 0$, 0.0	1.0	1.3

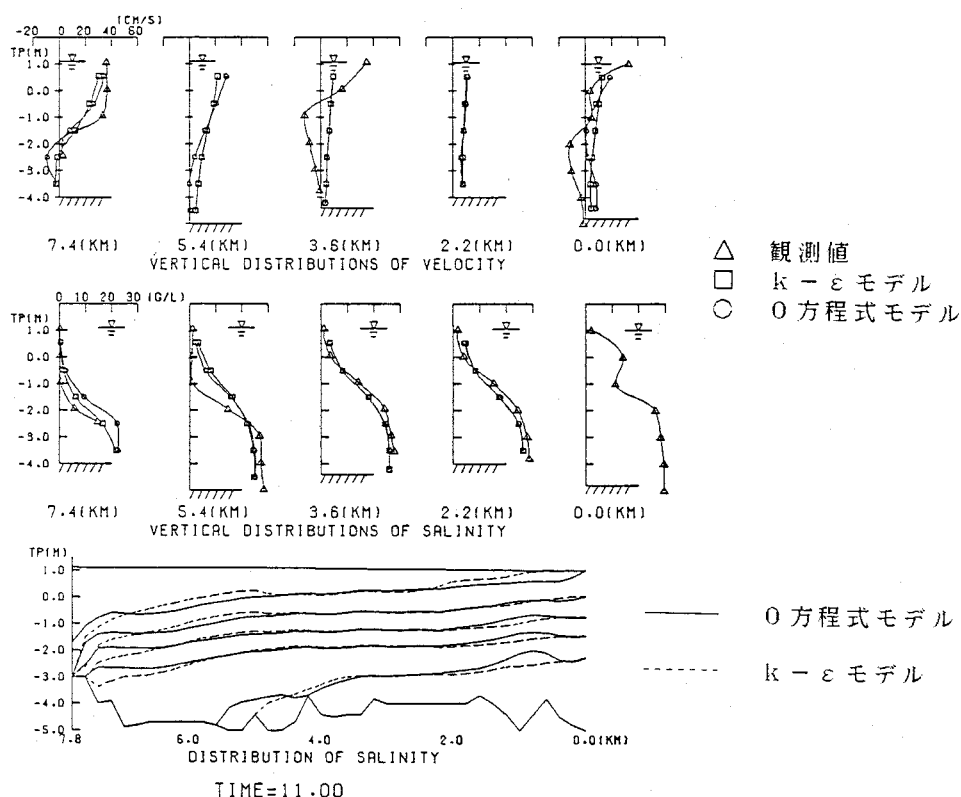


図1 流速と塩分濃度の分布