

感潮河川網における非定常流の数値計算

広島大学工学部 正 員 常松 芳昭

広島大学工学部 正 員 金本 満

広島大学大学院 学生員 ○ 台信 達観

1. はじめに： 開水路網非定常流の解析法の一つに、非線形な偏微分方程式系のNewton-Raphson法による反復解法がある。しかし、このような方法では複雑な開水路網に対してシステムモデルを系統的に定式化することが容易でなく、また行列が巨大化するなどの数値計算上の不利がある。そこで、本報告では開水路網の非定常流の系統的な行列解法の展開を行い、これを広島市内の河川網の流況シミュレーションに適用した結果についてのべる。

2. 開水路網のシステムモデルの行列表示：一般に広幅水路における漸変非定常流の基礎式は分布型モデルの偏微分方程式で表わされる。その特性方程式の線形近似化式をガラーキン法によって離散化し差分方程式系が得られる。¹⁾ ここではこれを基礎として、システムモデルの行列表示を行う。いま、開水路網は単一水路が連結したものと考えられるので、図-1のように単一水路が有向グラフの構造の中に反映されるよう節点定義量と枝定義量を定める。

H_i, H_j は枝 k の始点と終点における水位、 $q_{k,i}$ は枝 k に隣接する節点 i での流量を表わす。このような節点定義量と枝定義量を用いると任意の枝 k に対して成立すべき流れの基礎方程式は、単一水路に対するそれが適用され、次の形式で表わされる。

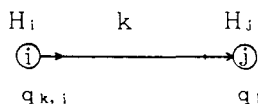


図-1 単一水路の有向グラフ

$$\begin{bmatrix} A_1 - A_2 A^{-1} A_4 & -A_2 A^{-1} A_5 \\ -A_7 A^{-1} A_4 & A_8 - A_7 A^{-1} A_5 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} H_i \\ q_{k,i} \\ H_j \\ q_{k,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 - A_2 A^{-1} B \\ B_m - A_7 A^{-1} B \end{bmatrix}_k \quad (1)$$

ここに $A, A_1, \sim, A_8$ は単一水路に対する差分方程式系の係数行列の部分行列、 B_1, B, B_m は定数項ベクトルの部分列ベクトルである。さて開水路網のグラフは一般に n 個の節点、 e 本の枝から成るとする。また、ソースとシンクの数 s_1, s_2 とする。

開水路網に対しては、通常、 $2e$ 本の枝における運動方程式と $(n - s_1 - s_2)$ 個の中間節点での流量連続式、 $(s_1 + s_2)$ 個のソースおよびシンクでの境界条件式から成る n 個の条件式とが書かれる。²⁾ これらの式をまとめて系統的に行列表示するために節点の番号付けは次のように行う。すなわち節点番号は順にソースに $1 \sim s_1$ 、中間節点に $s_1 + 1 \sim n - s_2$ 、シンクに $n - s_2 + 1 \sim n$ を付与する。さらに、以下のような行列とベクトルを定義する。

H_+, H_0 ：節点水位ベクトル H をソース、中間節点、シンクに対応したものに分けた時のそれぞれソース、中間節点に対応する部分列ベクトル、 $\vec{q}^+$ ：枝の始点である節点からの流出流量ベクトル、 $\vec{q}^-$ ：枝の終点である節点への流入流量ベクトル、 K_+, K_0, K_- ：枝における運動方程式のなかの節点水位ベクトル H の係数行列をソース、中間節点、シンクに対応して分割した部分行列、 $\vec{P}_3, \vec{P}_4$ ：ネットワークを構成する $2e$ 本の枝についての連立方程式の $2e$ 行 $(n + 2e)$ 列の係数行列の部分行列、 $\vec{D}^+, \vec{D}_0$ ：出連結行列をソース、中間節点に対応して分割した部分行列、 $\vec{D}_0$ ：入連結行列のシンクに対応する部分行列、 G ：枝に関する定数項ベクトル、 F, f ：それぞれソース、シンクに対する時間 t の既知関数を成分とするベクトル。このような記号を用いると枝方程式と節点方程式を次のように簡単に行列表示することができる。節点水位と節点流量は式(2)を解いて求められる。

$$\begin{bmatrix} H_+ \\ H_0 \\ +q \\ -q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_+ K_0 \bar{P}_3 \bar{P}_4 \\ 0 \quad 0 \quad \bar{D}_+ \quad 0 \\ 0 \quad 0 \quad \bar{D}_0 \quad -\bar{D}_0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} G - K_- \cdot f \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

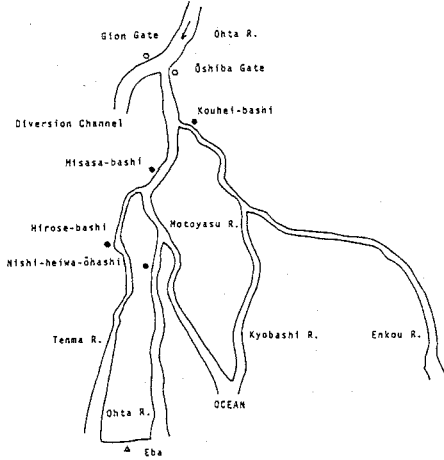


図-2 広島市内の河川網

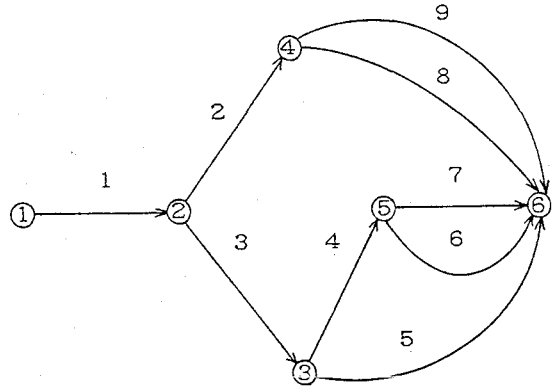


図-3 システム・グラフ

3. 計算例：図-2は太田川放水路を除いた大芝水門から下流の広島市内の河川網の模式図である。図-3はそのシステム・グラフである。計算に用いた節点1のソースでの境界流量は $120 \text{ m}^3/\text{s}$ 、節点6のシンクでの境界水位は図-4に示すような昭和55年8月9日の実績潮位である。 $\Delta t = 30$ 秒を用いて計算した結果を工兵橋における水位ハイドログラフで示すと図-5のようである。これより平水時での広島市内の感潮河川網における水位変動はかなり良く再現されていることが分る。なお、この計算時間はHITAC-M680Hで15分であった。

4. おわりに：以上、開水路網における非定常流の数値計算のプログラミングが簡単かつ標準化されうような数値シミュレーション法を示したが、今後はこれを洪水時の流況解析に適用する予定である。

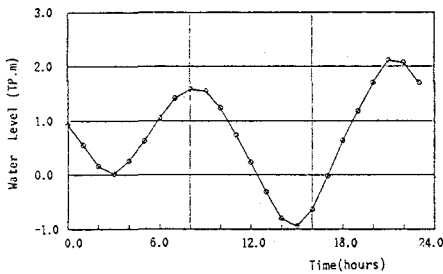


図-4 実績潮位

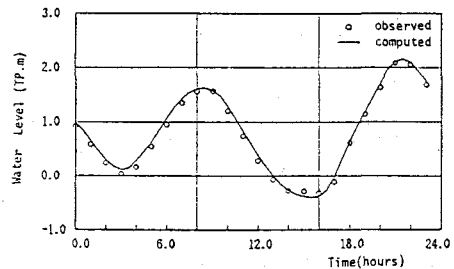


図-5 工兵橋の水位

<参考文献>

- 1) Gunaratnam, D. and F.E. Perkins : Numerical Solutions of Unsteady Flows in Open Channels, Tech. Rep. 127, M. I. T., 1970.
- 2) 常松芳昭：開水路網の非定常流解析法について、土木学会第43回年次学術講演会講演概要集2, 1988.