斜張橋の最適ケーブル配置の一決定法について

愛媛大学工学部　正会員　大久保禎二
愛媛大学工学部　正会員　○谷脇　一弘
住友重機械工業(株)　正会員　浅井　一浩

1．まえがき

斜張橋は経済性と美観上の見地から支間長150m～600mの橋梁に最適な構造形式の１つであり、これまでに数多く建設され、今後も長大な径間の斜張橋が数多く計画されている。ところで、斜張橋の挙動は塔の高さ、ケーブルの剛性および配置、桁の剛性などの設計パラメーターの値により大きく影響を受け、複雑な構造特性を有する高次の不静定構造物であり、合理的な斜張橋の設計を行うためにはこれらの設計パラメーターをバランスよく決定することが重要な問題となる。本研究は、このように複雑な斜張橋の合理的な設計法を確立するための基礎的な研究として、比較的単純な斜張橋のモデルを設定し、これを原設計変数および逆変数を混用したNew Dual法を用いて、応力度の制約条件のもとで総コストが最小となるように各部材要素の断面およびケーブルの定着位置を決定する方法について考察を行なった結果について報告するものである。

2．斜張橋の最適設計問題の定式化

いま、斜張橋の桁および塔要素の部材断面として図-1に示す箱形断面を考える。斜張橋の設計パラメーターとしては各桁および塔要素の断面寸法、ケーブル断面およびケーブルの定着点の位置が考えられる。しかし、本研究では基礎的な考察を行うことを目的としているので、上記の設計パラメーターのうち、フランジ幅b、桁高h、ウェブ板厚t_wは設計条件より与えられるものとし、さらに、塔および桁の各要素の上・下フランジは同一の板厚で変化するものと仮定することにより、各要素の断面寸法に関する設計変数を断面積Aのみに集約させることとした。このような単純化を行うことにより、応力度の制約条件を考慮した斜張橋の最適設計問題はつぎのように定式化される。

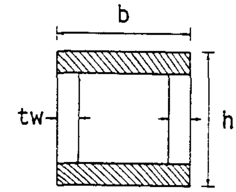


図-1　断面形状

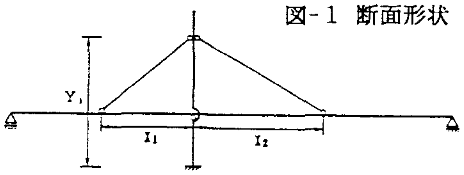


図-2　ケーブル定着点位置

Find　　A, X, Y　　such that

minimize　$$\mathrm{TCOST}(A,X,Y)=\sum_{i=1}^{n}\rho_i\cdot\ell_i(X,Y)\cdot A_i+\sum_{j=1}^{p}\rho_j\cdot\ell_j(X,Y)\cdot A_j \quad \cdots\cdot (1)$$

subject to　$$g_k(A,X,Y)=\left|\frac{N_k}{A_k}\right|+\left|\frac{M_k}{I_k(A_k)}\cdot y\right|\leqq \sigma_{ak} \qquad (k=1,\cdots,n+p)$$

ここに、　n：桁および塔の総要素数，p：ケーブルの総本数，ρ：桁・塔およびケーブルの製作単価，
σ_{ak}：許容応力度，$\ell(X,Y)$：要素長，N_k：要素に作用する軸力，
M_k：要素に作用する最大曲げモーメント，X・Y：ケーブル定着点位置（図-2参照）

3．最適化の方法

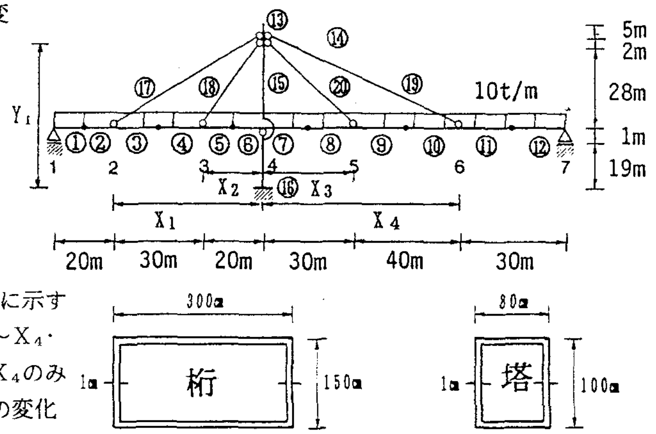
2.で定式化した最適化問題の解法としては、種々の非線形計画法の適用が考えられるが、本研究では、当研究室で長年研究し、その汎用性および信頼性のすぐれている混合変数を用いた双対法により最適化を行なった。この方法による最適化のアルゴリズムの概要は次の通りである。

① まず設計問題の目的関数および制約条件をテーラー展開し、１次の項までで近似する。この場合、１次の偏微係数の符号の正負により原変数あるいはその逆数を用いる。この方法により、原設計問題よりもひかえめな凸近似設計問題を作成することができる。

② ①で作成した凸近似設計問題のラグランジュ関数を導入し、これをラグランジュ乗数λについて最大化、A, X, Yについて最小化することによりA, X, Yの改良解を求める。

③ ②で求めた改良解を新たな初期値として①、②の操作を繰り返すことにより最適解を決定する。

上記の反復改良過程において、X, Yの変化量が大きい場合にはしばしば不合理な解に収束したり、解が大きく振動する場合が生ずる。そのため、本研究ではX, Yの１回の改良過程におけるMove Limitを10%に規定することにより、スムーズに最適解に収束させることが可能となった。



桁および塔：E_s=2100000kg/cm², σ_a=2000kg/cm², ρ=1000千円／m³
ケーブル　：E_c=2000000kg/cm², σ_a=1000kg/cm², ρ=1000千円／m³

図-３　二段ケーブル斜張橋

４．数値計算例および考察

３．で述べた最適化の方法により、図-３に示す二段ケーブルを有する斜張橋についてX_1～X_4・Y_1を固定とした場合（ケース１）、X_1～X_4のみを変化させた場合（ケース２）さらにY_1の変化をも考慮した場合（ケース３）について最適化を行なったが、その結果の比較を表-１に示す。

いずれのケースについても７回以内の反復改良により最適解を得ており、収束状況はきわめて良好である。またケース１、２、３の総コスト(TCOST)の比は1:0.78:0.75となり、X・Yをも設計変数として考慮し最適化することにより、総コストを大きく減少させ得ることが明らかとなった。

表-1　二段ケーブル斜張橋の初期値および最適解の比較

変数	初期値	ケース１	ケース２	ケース３
A_1 (m²)	0.328	0.081	0.051	0.052
A_5 (m²)	0.328	0.088	0.089	0.077
A_{16} (m²)	0.098	0.104	0.081	0.082
A_{20} (m²)	0.080	0.071	0.032	0.027
X_1 (m)	50.0	50.0	58.7	60.7
X_2 (m)	30.0	30.0	27.9	28.7
X_3 (m)	30.0	30.0	29.2	30.3
X_4 (m)	70.0	70.0	53.0	55.9
Y_1 (m)	47.0	47.0	47.0	64.0
ITE.		4	7	6
TCOST	83885.2	55138.3	43078.7	41302.9

ITE.=NUMBER OF ITERATION、　TCOST =TOTAL COST

このTCOSTの変化を検討するため、ケース１および３のケーブル軸力および桁の曲げモーメント分布を求めると図-４のようになる。

ケース３の各ケーブル張力を合計した値はケース１の値より小さくなり、塔とケーブルのコストの和もケース１と比べて減少しケース１のTCOSTの4.5%小さくなっている。また、ケース１の桁の曲げモーメント分布は極端に大きな曲げモーメントと小さな曲げモーメントが混在しているのに対して、ケース３の場合には曲げモーメント分布が桁全体に均等化され、かつ絶対値が小さくなりその最大の絶対値はケース１の場合と比較して69%まで減少している。さらに、ケース３の桁の総コストはケース１のTCOSTの20.5%小さくなっている。これらのことよりケース３でTCOSTが大きく減少していることが理解できよう。

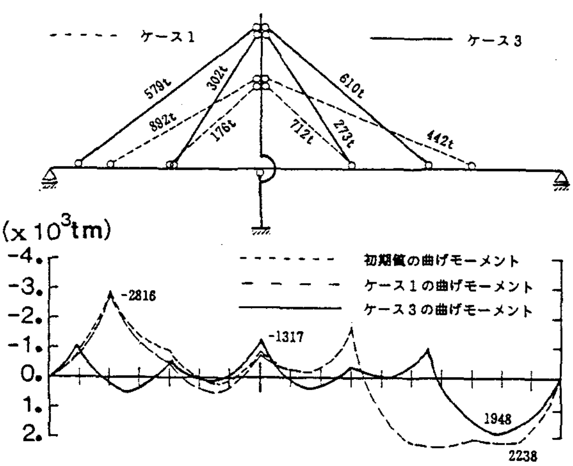


図-４　二段ケーブル斜張橋のケーブル張力および曲げモーメント分布

５．あとがき

斜張橋の最適設計法に関する基礎的研究として非常に単純なモデルについて考察したが、混合変数を用いたNew Dual法により、斜張橋の最適な部材断面およびケーブル定着点がきわめて能率的に求められること、およびケーブルの定着点位置を設計パラメーターとして最適化することが斜張橋の総コストを最小化する上できわめて重要であることが明らかとなった。

参考文献　S.Ohkubo et.al.:Total Optimization of Truss Considering Shape, Material and Sizing Variables, Structures Congress, 1989.