

境界要素-伝達マトリックス法の薄肉断面部材への適用について

愛媛大学工学部 正 員 大賀水田生
愛媛大学大学院 学生員 ○小東 薫範

1. まえがき

境界型の解法である境界要素法 (BEM) は、対象領域の境界の離散化のみで解析可能であり、領域型の解法である有限要素法 (FEM) に比較して入力データ量及び計算時間が大幅に軽減されること及び任意の内点での変形量を簡単に求めることができることなどの特徴を有している。しかし、この方法の欠点として、1) 不均質領域に対しては簡単には適用できない、2) 細長い領域に適用する場合、解の精度が低下することなどが考えられる。これらの欠点を克服するため、境界要素法と伝達マトリックス法を組み合わせる方法 (BETM) が面内弾性問題及び板の曲げ問題に対して提案されている。本研究では、このBETMによる薄肉断面部材の解法について述べるとともに、数値計算例により本法の解の精度及び有用性について検討する。

2. 折板構造に対するBETM

BETMでは図-1に示すように、折板をいくつかの副領域 ($D_k, k=1, 2, \dots, m$) に分割する。薄肉断面部材の解析では、面内及び面外変位を同時に考慮する必要があるので、それぞれの副領域に二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する境界要素法の基礎式を導入する。

$$H_{mk} \cdot u_{mk} = G_{mk} \cdot p_{mk} + b_{mk} \dots (1)$$

$$H_{bk} \cdot u_{bk} = G_{bk} \cdot p_{bk} + b_{bk} \dots (2)$$

ここに、 H, G : 係数マトリックス、 u, p, b : 境界上の変位、表面力及び荷重ベクトル、 m, b : 二次元弾性問題及び曲げ問題を示す添字式(1)、(2)の両辺に G^{-1} を前掛けすると次式を得る。

$$p_{mk} = K_{mk} \cdot u_{mk} - f_{mk} \dots (3) \quad K_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot H_{mk}, \quad f_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot b_{mk}$$

$$p_{bk} = K_{bk} \cdot u_{bk} - f_{bk} \dots (4) \quad K_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot H_{bk}, \quad f_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot b_{bk}$$

式(3)、(4)を変形することにより、副領域の左右の境界上の状態量を関係づける格間伝達マトリックスが二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対して、それぞれ次のように得られる。

$$\bar{z}_m^R = T_m \cdot \bar{z}_m^L \dots (5) \quad \bar{z}_m = \{u, v, N_x, N_y\}^T$$

$$\bar{z}_b^R = T_b \cdot \bar{z}_b^L \dots (6) \quad \bar{z}_b = \{w, \theta, Q, M\}^T$$

二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する格間伝達マトリックス T_m, T_b を組み合わせることにより、折板構造に対する格間伝達マトリックスが次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_y \\ w \\ \theta \\ Q \\ M \end{Bmatrix}^R = \begin{bmatrix} T_m & 0 \\ 0 & T_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_y \\ w \\ \theta \\ Q \\ M \end{Bmatrix}^L \dots (7)$$

$$\bar{z}^R = T \cdot \bar{z}^L \dots (8)$$

ここに、 u, v, w : 局所座標系に関する x, y, z 方向の変位、 N_x, N_y, Q : 局所座標系に関する x, y, z 方向の断面力、 $\bar{z}^L, \bar{z}^R$: 局所座標系に関する左右境界上の状態量

ここで、全体座標系と任意の副領域の局所座標系とを関係づける座標変換マトリックス R を導入し、 $\bar{z}^R, \bar{z}^L$ を全体座標系に関する状

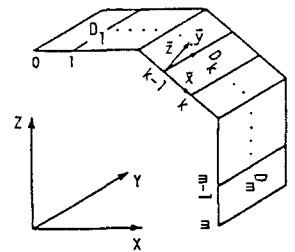


図-1 副領域分割

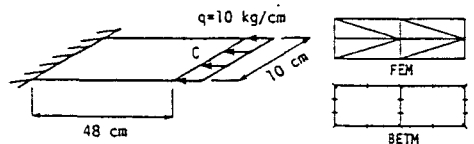
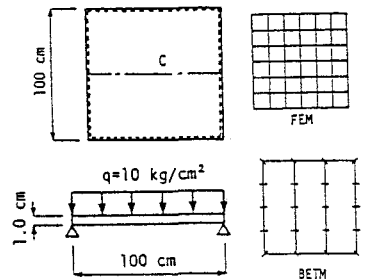


図-2 等分布面内荷重を受ける片持ち板

図-3 等分布面外荷重を受ける
四辺単純四支持板

態量 z^R , z^L に変換すると、全体座標系に関する伝達マトリックス T' が次のように得られる。

$$R = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix} \quad \cdots (9) \quad R_a = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$z^R = R^T T R z^L = T' z^L \quad \cdots (10)$$

3. 数値計算例

1) 等分布面内荷重及び等分布面外荷重を受ける平板 まず、本法の面内及び板の曲げ問題に対する妥当性を検討するために、図-2、3に示す面内及び面外荷重を受ける平板の解析を行った。本法及びFEMにより得られた等分布面内荷重を受ける片持ち板での自由端点Cにおける水平方向変位の誤差は約6.1%であった。また、図-4には両解析法により得られた等分布面外荷重を受ける四辺単純支持板の中央線上におけるたわみを示しており、両解析法により得られた結果は2.3%以内の誤差で一致している。

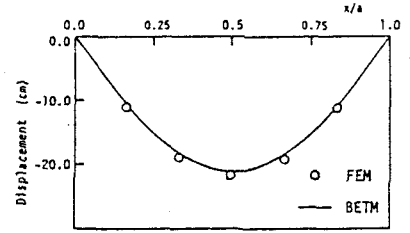


図-4 たわみ曲線の比較

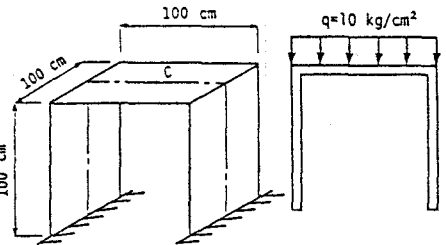
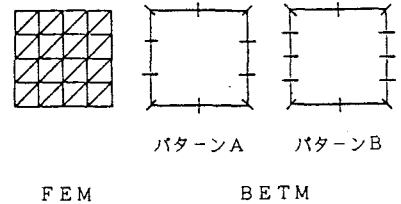


図-5 等分布荷重を受ける折板構造

2) 等分布荷重をうける折板構造 BETM及びFEMを図-5に示す等分布荷重を受ける両端固定支持及び両端単純支持の折板構造に適用し、両解析法により得られた解の比較・検討を行った。図-6に本法で用いた2種類の板パネル分割パターン及びFEMでの要素分割法を示している。表-1に両解析法より得られた中央点Cでのたわみ及び両解析法での計算時間の比較を示している。両端単純支持モデルでの解の誤差は、分割パターンAで7.3%，分割パターンBでは7.9%であり、また両端固定支持モデルでは、それぞれ9.8%及び10.2%であった。図-7は本法（分割パターンA）及びFEMによる中央線上でのたわみ曲線を示している。計算時間については、いずれの支持状態においても、本法はFEMに比較して分割パターンAで45%，分割パターンBで66%程度の計算時間で解が得られている。



FEM BETM

図-6 板パネルの要素分割

4. あとがき

本研究では、BETMによる折板構造の解析法について述べるとともに、簡単な解析モデルについて数値計算を行った。本研究で提案する方法により、薄肉断面部材の解析が行えることが明らかになったが、両解析法により得られた結果には最大約10%程度の誤差を生じており、今後、さらにこの誤差の原因について検討する必要がある。

表-1 たわみ及び計算時間の比較

パターン		displacement		CPU time	
		w	r(%)	CPU(sec)	r(%)
単	A	-31.5600	7.3	48.6	45.2
	B	-31.3461	7.9	1:11.7	66.7
	FEM	-34.0200		1:47.5	
純	A	-27.3806	9.8	48.8	45.2
	B	-27.2797	10.2	1:11.7	66.3
	FEM	-30.3700		1:48.0	

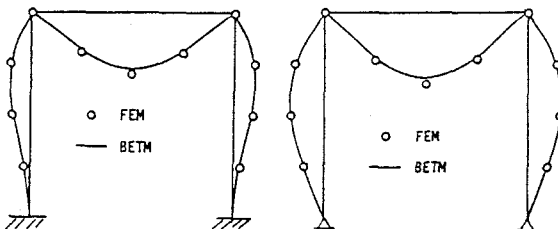


図-7 たわみ曲線の比較

$$r = \left(1 - \frac{w}{w(FEM)} \right) \times 100 \quad r = \left(\frac{CPU}{CPU(FEM)} \right) \times 100$$