

有限要素-伝達マトリックス法の骨組構造物への適用について

愛媛大学工学部 正 員 大賀水田生
 愛媛大学大学院 学生員 ○高橋 徹
 徳 山 高 専 正 員 重松 恒美

1. まえがき 著者らは有限要素法と伝達マトリックス法を組み合わせる解析法 (FETM) を静的及び動的荷重を受ける板構造物の線形及び非線形問題に適用し、本法は細長い構造物に対して通常の有限要素法と比較して、小さな計算機容量及び計算時間で計算が行えることを報告している。そこで、本研究ではこのFETMの骨組構造物への適用について述べるとともに、一般的な変位法 (以下変位法と称する) との比較・検討を行う。

2. 格間伝達マトリックス 本研究で用いたFETMでは、骨組構造物を図-1で示すように各領域に分割し、それぞれの領域に対する剛性方程式を作成する。

$$K_i x_i = Q_i \quad \dots\dots (1)$$

あるいは

$$\begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LH} \\ K_{HL} & K_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L \\ x_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_L \\ Q_H \end{bmatrix} \quad \dots\dots (2)$$

ここに K_i , Q_i , x_i はそれぞれ領域 i での剛性マトリックス、節点力及び変位ベクトルであり、添字 L , H はそれぞれ領域での上下境界を表している。式(2)を x_H 及び Q_H について解くことにより、上下の状態量 z_H と z_L ($z_i = \{x_i, Q_i\}^T$) を関係づける格間伝達マトリックス T_i が次のように得られる

$$z_H = T_i z_L, \quad \dots\dots (3)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} -K_{LH}^{-1} K_{LL} & K_{LH}^{-1} \\ K_{HL} - K_{HH} K_{LH}^{-1} K_{LL} & K_{HH} K_{LH}^{-1} \end{bmatrix}$$

3. 伝達計算法 式(3)に示す格間伝達マトリックス T_i を順次掛け合わせることで、初期状態量 (下端状態量) z_0 と最上階での状態量 z_m の関係が次のように得られる。

$$z_m = T_m T_{m-1} \dots\dots T_2 T_1 z_0 = U_m z_0 \quad \dots\dots (4)$$

式(4)において上下の境界条件を考慮することにより、下端状態量 z_0 が次のように得られる。

$$z_0 = U_m^{-1} z_m \quad \dots\dots (5)$$

4. 数値計算例 FETMを骨組構造物に適用した場合の妥当性及び計算効率を検討するため、本法及び変位法を用いて図-2に示すような自由端に横荷重を受ける梁、平面ラーメン及び立体ラーメンモデルを用いて数値解析を行った。図-2にFETMにより得られた変形状態を、表-1に両解法により得られた自由端での変位及び最下端の曲

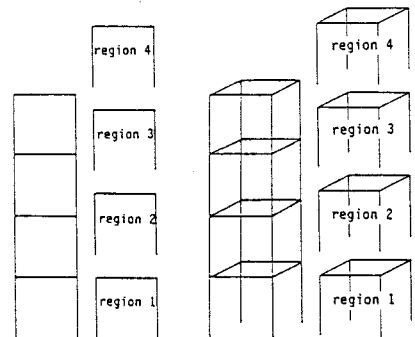


図-1 分割モデル

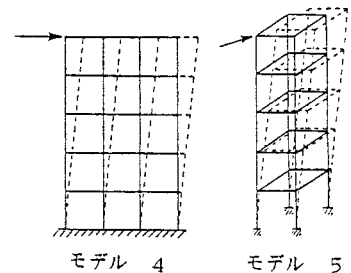
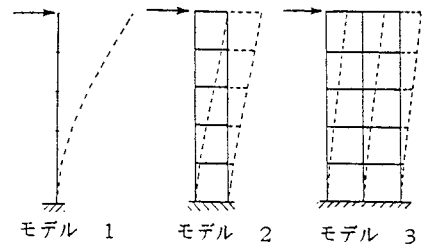


図-2 解析モデル

げモーメントの比較を示している。いずれのモデルにおいても、両解法により得られた変位及び曲げモーメントは有効桁4桁まで完全に一致している。なお、F E T Mでは梁以外のモデルにおいて、伝達マトリックスの掛け合わせによる桁落ちを防ぐため、伝達計算途中で状態量の変換を行っており、この操作による解の精度の改良の様子を図-3に示している。状態量の変換を節線2で1回行った場合、解は大幅に改善され、節線1及び3で状態量の変換を2回行った場合の解は変位法による解と完全に一致している。表-2に各層に分布荷重を受ける平面ラーメンモデル(モデル2, 3, 4)の両解法による解の比較を示しており、本数値計算例においても両者は完全に一致している。図-4, 5に平面ラーメン(モデル2)及び立体ラーメン(モデル5)について、層数を種々変化させた場合(平面ラーメン; $N=1 \sim 10$ 層、立体ラーメン; $N=1 \sim 5$ 層)の両解法の計算時間の比較を示している。いずれのモデルについても、層数が少ない場合(平面ラーメン; $N \leq 4$ 、立体ラーメン; $N \leq 3$)、本法では変位法と比較してより大きな計算時間を要しているが、層数が多くなるとともにより少ない計算時間で解が得られるようになり、平面ラーメンでは $N=10$ の場合

約56%、立体ラーメンでは $N=5$ の場合約46%の計算時間となっている。

4. あとがき 本研究ではF E T Mを骨組構造物に適用し、種々の構造モデルについての数値計算例により、本法と通常の変位法との比較・検討を行った。両解法により得られた結果は全く一致し、本法は高層の骨組構造物に対してより効率的に適用できることが明かとなった。

表-1 F E T Mと変位法の比較

		V cm	M_y kg·cm
モデル1	F E T M	148.8	-5000.
	変位法	148.8	-5000.
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル2	F E T M	1.966	-323.0
	変位法	1.966	-323.0
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル3	F E T M	1.153	-103.5
	変位法	1.153	-103.5
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル4	F E T M	0.8094	-76.41
	変位法	0.8094	-76.41
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル5	F E T M	0.1014	-88.50
	変位法	0.1014	-88.50
	誤差(%)	0.000	0.000

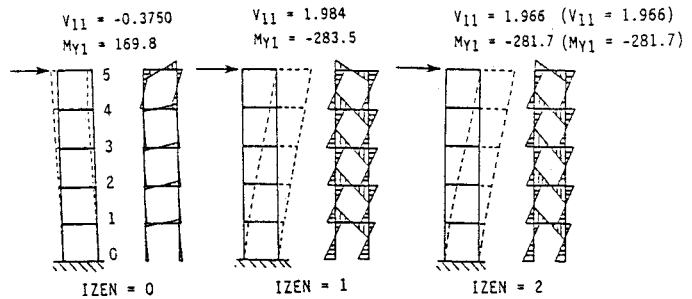


図-3 解の改良状態

表-2 F E T Mと変位法の比較

		$10^{-3} V$ cm	$10^{-2} M_y$ kg·cm
モデル2	F E T M	1.250	-0.2877
	変位法	1.250	-0.2877
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル3	F E T M	0.8352	-0.2507
	変位法	0.8352	-0.2507
	誤差(%)	0.000	0.000
モデル4	F E T M	0.8279	-0.2458
	変位法	0.8279	-0.2458
	誤差(%)	0.000	0.000

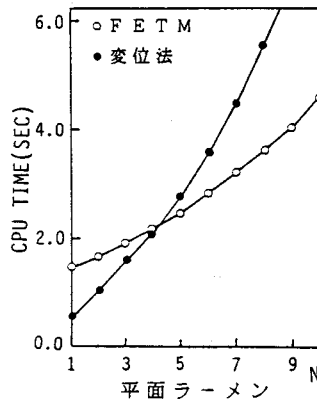


図-4 時間の比較

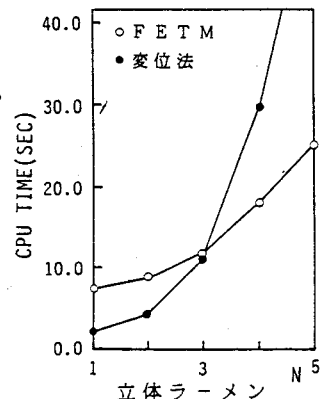


図-5 時間の比較