フラクタル理論を用いた道路網特性の計量化に関する研究

㈱　日水コン　○正会員　神田明広
鳥取大学工学部　正会員　岡田憲夫

1．<u>はじめに</u>　本研究では、道路網特性を計量化する指標としてフラクタイル次元の有用性に着目する。岡田ら[1]は道路網の形態特性を容量次元としてのフラクタイル次元として計量化できることを示している。ここでは、視点を変えて、交通手段としてみた道路網のアクセシビリティをネットワークの接続構造の次元という観点から捉えることを試みる。具体的にはフラクタル次元の概念の一つである『接続次元』を導入し、これが１つの有効な指標となることを明らかにする。

2．<u>接続次元</u>　接続次元はフラクタイル次元の一つであり、格子点の連結の有無だけで決まる位相構造の概念である。すなわち任意の格子点上の出発点Oから、ｒステップ（r個の格子間隔）で初めて到達できる格子点の総数をＶrとすると接続次元Ｄconは

$$\mathrm{Dcon} = \lim_{r\to\infty} \frac{\log \mathrm{V}r}{\log r} \qquad (1)$$

で定義される[2]。この定義では格子間隔を数え上げているために長さの概念が使われていない。従ってこの次元は当然それが埋め込まれている空間のユークリッド次元には無関係である。すなわち平面は２次元であるが、その上に描いた図形の接続次元が２を超えることも十分ありうる。図１のケーリートゥリーと呼ばれる図形の接続次元を求めると、$\mathrm{V}r=1+3\cdot(1+2+2^2+\cdots+2^{r-1})=3\cdot2^r-2$、よって式（１）より$\mathrm{Dcon}=\infty$となる。ケーリートゥリーはそのステップで到達できる格子数の増大が、オーダー的にはるかに大きいような位相構造もつフラクタル図形に相当している。接続次元が無限大とは、まさにこのような特性を次元数とし計量化したものであるといえよう。

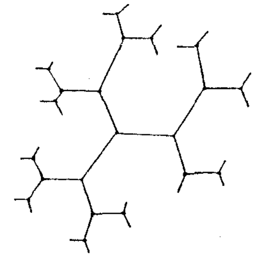

図１　ケーリートゥリー
（実際の分岐は無限に続く）

3．<u>接続次元の拡張</u>　式（1）はステップ数ｒを無限大にしているので、有限ステップで到達できる道路網を対象としている場合はこのままでは実用的でない。そこで接続次元を各ステップｒごとに決まる次元つまり

$$\mathrm{Dcon}(r) = \frac{\log \mathrm{V}(r)}{\log r} \qquad (2)$$

とする。また、この微分型として微分接続次元dif･Dcon(r)を定義する。具体的には

$$\mathrm{dif}\cdot\mathrm{Dcon}(r) = \frac{\log \mathrm{V}(r) - \log \mathrm{V}(r-1)}{\log r - \log(r-1)} = \frac{\log(\mathrm{V}(r)/\mathrm{V}(r-1))}{\log(r/(r-1))} \qquad (3)$$

で表す。微分接続次元は前ステップ数までの格子点総数に対する現ステップ数での格子点総数の比率の対数$\log(\mathrm{V}(r)/\mathrm{V}(r-1))$、ならびに前ステップ数と現ステップ数の比率の対数$\log(r/(r-1))$とで決まる次元数である。つまりステップ数の増加率のオーダーに対して、格子点の総数の増加率のオーダーが何倍であるかを微分接続次元は表していることになる。またステップの代わりに距離の概念を導入して接続次元、および微分接続次元を拡張すること考える。つまり１ステップをある一定の距離（一跨ぎ(ｽﾄﾗｲﾄﾞ)）に対応づけるのである。これを距離接続次元Ddis･con(r)、微分距離接続次元dif･Ddis･con(r)とすれば、それぞれ式（１）、（２）のステップ数ｒをストライド数ｒに変えたもので定式化される。ネットワークの接続性のみならずアクセシビリティの尺度として用いるときには、このように距離を考慮したフラクタイル次元の方が有効であろう。

４．<u>接続次元と微分接続次元の基本特性</u>　まず、実際の道路網形態・接続特性をいくつかの基本パターンに分離するとともにそれぞれの基本パターンと接続次元や微分接続次元との対応性を解析的に明らかにする。たとえば、図２のような格子モデルを考え、これに接続次元と微分接続次元を適用する。出発点をO印とする。図３はステップ数ｒと接続次元の関係を、図４はステップ数ｒと微分接続次元の関係を示したものである。図３をみると10ステップで急増した接続次元は22,23ステップまでは増大傾向を示す。これは、10ステップで大きな格子の集団に接続したために全体での接続性も良くなったためで、以下増加傾向が維持される。しかしこれも19ステップまでで、23ステップからは全体としての接続性も低下し始めることが次元量の変化として示される。また図４の微分接続次元でみると、10ステップ後から19ステップまでは急激に増え続けている。そして28ステップで微分接続次元は最小値を示しているが、これはこのステップ以降、再び局所的な接続性は徐々に回復に向かうことを示している。このようにDcon(r)やdif･Dcon(r)が変化する過程を一つのパターンとして見ることにより出発点からの接続性あるいは一種のアクセシビリテイが評価できる。微分接続次元は接続次元より局所的な接続性の特徴がより明示的に示され、アクセス上のボトルネックの存在やアクセスの向上の度合が次元量として計量できる。

５．<u>ケーススタディ</u>　対象道路網として図５に示す鳥取市及びその周辺部の道路網（幅員1.5m以上）を取り上げ、①若桜橋を出発点とした場合、および②河原町を出発点とした場合について接続次元、微分接続次元、距離接続次元ならびに距離微分接続次元の計算を行った。紙面の都合上、計算結果の例示は講演時に譲るが、若桜橋を出発した場合が河原町を出発した場合よりDcon(r), Ddis･con(r)いずれも高い値を示し接続性（アクセシビリティ）が高いことなど、各種の特性が評価できた。また、河川や鉄道による道路網の遮断の様子などが微分接続次元により明瞭に捉えられることが示された。

６．<u>おわりに</u>　以上により接続次元は、ネットワークの接続性やアクセシビリティを比較計量する尺度となりうると考えられる。

<u>参考文献</u>

１）岡田憲夫、田中成尚：形態特性からみた道路網整備度の計量指標化に関する研究－フラクタイル次元の適用－、土木計画学研究・論文集、Ｎｏ．５、pp195-202、１９８７

２）別冊数理科学：形・フラクタル、サイエンス社、昭和６１年４月

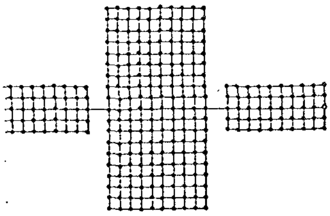

図２　格子モデル

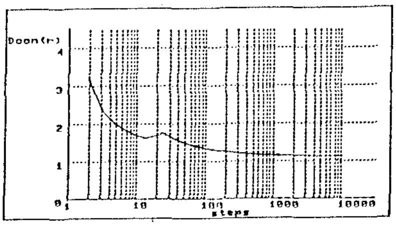

図３　格子モデルのDcon(r)-log(r)

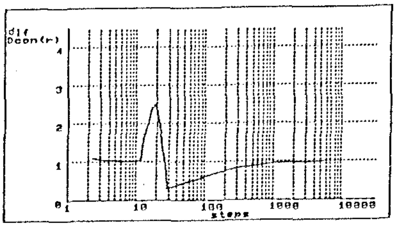

図４　格子モデルの
dif･Dcon(r)-log(r)

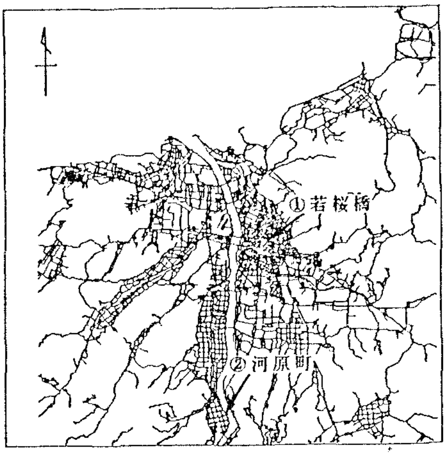

図５　鳥取市及びその周辺の道路網