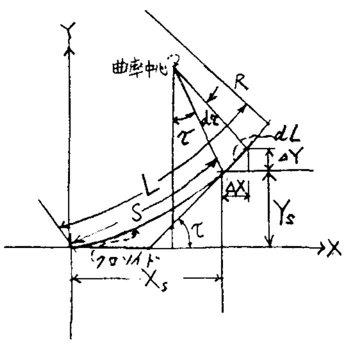
クロソイド曲線，直接計算の利点

道都総合専門学校　正会員　今井芳雄

§1. 前言　クロソイド曲線は station 毎の X, Y 座標計算は単位クロソイド表を用いているが、用いる実際の値 L, R について $l_1 \equiv L_i / L\cdot R$ が l 表の中間値であるから x, y その他も補間法で計算する、これが大変な手間と計算労力を必要とする。筆者は単位クロソイド表に全くよらないで station の距離をそのまゝ直接入力で座標 X, Y を計算する解析式と、X, Y をそのまゝ入力する関連式を仕上げたので発表する。クロソイド単位 l_1 についても補間法を用いず l_1/r_1（ここで $l_1 \cdot r_1 = 1$）の直接入力で x, y が求まるのである

§2. クロソイド解析　クロソイドの特性はクロソイド全長 L と L 端の半径 R を一度定めるならば



中間の L_i 点についても $L_i \cdot R_i = L.R = constant = C$ …… (2.1)

曲線の微分長 $dL = R_i \cdot d\tau_i$ …(2.2)　$\therefore dL = \dfrac{C}{L_i} d\tau_i$ …… (2.3)

$\therefore \dfrac{1}{C}\displaystyle\int L_i\, dL = \int d\tau_i$ …(2.4)，$L_i = 0$ のとき $\tau_i = 0$　∴積分常数 = Zero

$\therefore \tau_i = \dfrac{1}{2}\dfrac{(L_i)^2}{R.L}$ ……(2.5)

$dX = \Delta X = dL \cdot \cos\tau_i$ ………… (2.6)

$dY = \Delta Y = dL \cdot \sin\tau_i$ ………… (2.7)

従って station の横座標　$X_s = \displaystyle\int_{L=0}^{L=S} (\cos\tau)\, dL$ …(2.8)　縦座標 $Y_s = \displaystyle\int_{L=0}^{L=S} (\sin\tau)\, dL$ …(2.9)

$\cos\tau$, $\sin\tau$ を τ の Power に展開して (2.5) 式から長さ L で表わし L=0 から station S まで定積分すれば

$$X_s = S \times \left[1 - \frac{1}{40}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^2 + \frac{1}{3456}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^4 - \frac{1}{10^5 \times 5.9904}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^6 + \frac{1}{10^8 \times 1.7547264}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^8 + \cdots\cdots \right] \cdots\cdots (2.10)$$

$$Y_s = S \times \left[\frac{1}{6}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right) - \frac{1}{336}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^3 + \frac{1}{10^4 \times 4.224}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^5 - \frac{1}{10^6 \times 9.6768}\left(\frac{S^2}{R\cdot L}\right)^7 + \cdots\cdots \right] \cdots\cdots (2.11)$$

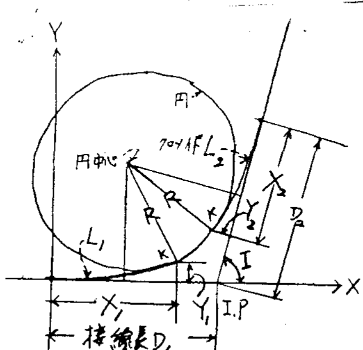
(2.10), (2.11) 式で $\dfrac{S^2}{R.L} \equiv \theta$ とおき更に θ の連続運算に変形すると

$$X_s = \left[\!\left[\left[\left\{ \left(\!\left(-\theta^2 \times 5.7692308 \div 1000 + 1 \right) \div 3456 \times \theta \right)\!\right) \times \theta - 0.025 \right\} \times \theta \right] \times \theta + 1 \right]\!\right] \times S \cdots\cdots (2.12)$$

$$Y_s = \left[\!\left[\left[\left\{ \left(\theta^2 \times 7.9545455 \div 1000 - 1 \right) \times \theta \div 336 \right\} \times \theta + 0.1666666666 \right] \times \theta \right]\!\right] \times S \cdots\cdots (2.13)$$

が得られる．$l/r \equiv \theta$　$S = l$ とおけば l が l 表の中間値であっても補間法によらず (2.12), (2.13) 式で x, y が直接求まる

§3. 接線長 D_1，D_2 の式



$$D_1 = X_1 - R\cdot\sin\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}\right) - \frac{Y_1 + R\cdot\cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}\right)}{\tan I} + \frac{Y_2 + R\cdot\cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_2}{R}\right)}{\sin I} \cdots (3.1)$$

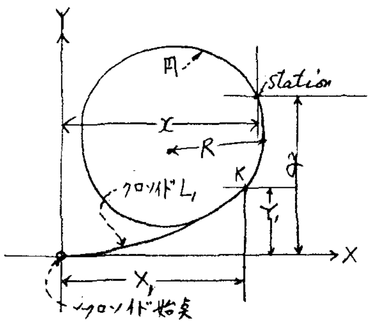
$$D_2 = X_2 - R\cdot\sin\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_2}{R}\right) - \frac{Y_2 + R\cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_2}{R}\right)}{\tan I} + \frac{Y_1 + R\cdot\cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}\right)}{\sin I} \cdots (3.2)$$

(3.1) 式，(3.2) 式は移程 ΔR_1，ΔR_2 の算出不要で接線長 D_1，D_2 を求める便利な解析式である　ここでも (2.12), (2.13) 式の効用がある．

§4. クロソイド始点を原点，接線を x 軸とする円 curve station の x, y 座標

円 curve を布設する偏角弦長法では円の接線方向を現地に設置することが必要であることは言を

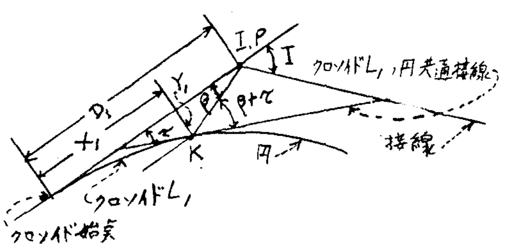
またない. I.P.点も x, y 座標既知とすることが出来るから円曲線 station の x, y 座標を知れば I.P.点 Back sight で接線方向を振ることが出来る



$$x = X_1 + R\left\{(-)\sin\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}\right) + \sin\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R} + \frac{\text{station}\sim\text{K点間円弧長}}{R}\right)\right\} \cdots\cdots (4.1)$$

$$y = Y_1 + R\left\{\cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R} + \frac{\text{station}\sim\text{K点間円弧長}}{R}\right)\right\} \cdots\cdots (4.2)$$

§5. トランシット K点, I.P.点 Back sightで接線方向設定



クロソイド L_1, L_1端の K点の接線角を τ とすれば $\tau = \frac{1}{2}\cdot\frac{L_1}{R}$ ……(5.1), クロソイド終点のK点にトランシットを置き I.P.点に Back sight して $\beta+\tau$ の角だけ振れば接線方向が得られる

$$\beta = \tan^{-1}\frac{Y_1}{D_1 - X_1} \cdots\cdots (5.2)$$

である

(4.1), (4.2)式の x, y 座標を持つ円曲線上の station にトランシットを移した時 I.P.点に Back sight して

$$\varepsilon = \tan^{-1}\frac{y}{D_1 - x} \cdots\cdots (5.3)$$

とせば $(\tau+\theta)+\varepsilon$ だけ右に振れば接線方向が得られる。

ここで

$$\theta = \frac{\text{station}\sim\text{K点間円弧長}}{R} \cdots\cdots (5.4)$$

である

§6. 結言 (2.10 (2.13)式はクロソイド station の X, Y 座標を与える解析式であり電卓に特にプログラムを組まなくとも Θ を記憶し再生しながら逐次入力で X, Y 座標が求められ利用を期待するのであります. X_1, Y_1; X_2, Y_2, を知れば ΔR_1, ΔR_2 の数値を必要とせず異なる2つの接線長 D_1, D_2 が (3.1), (3.2)式で求まる。円曲線布設のための I.P.点 Back sight が地形上難しい時は x, y 座標の算定が出来る別の点を求め、これに Back sight して円曲線の接線方向を定める角を解析出来る. (4.1),(4.2)式によって求めた円 curve Station の x, y 座標によって円 station と I.P.点間の直距離を解析出来るから、これによって偏角弦長法による円布設の途中 Check をすることが出来る