水利システムの信頼性評価モデルに関する基礎的研究

鳥取大学工学部　正　員　岡田　憲夫
鳥取大学工学部　正　員　河合　一
鳥取大学工学部　学生員　上野　正和
㈱荒谷建設コンサルタント　正　員　○浦辻　和幸

1．はじめに　水利システムの信頼性評価を行う上で用いられている既往の指標に加えて、新たに考えれる指標を信頼性分析という視点から提示し、整理することを目的とする。そのために水利システムを基本的な数理モデルの一つであるマルコフ連鎖を用いてモデル化し、各種の信頼性指標の基本的な特性を解析する。

2．水利システムのモデル化　水利システムの基本モデルの対象として河川における流量推移の現象を取り上げる。流量が所定の水準(基準流量水準)を満たしていれば当該水利システムは「正常」であり、そうでなければ「故障」であると考える。このとき、このシステムの信頼性は、時間の推移の中で、それが「正常」である程度を表すことになる。より具体的に言えば、流量が所定の水準を充足できないと必要な水量が取水できなかったり、生態系のバランスが崩れたりする。これは一種の「渇水」と呼ばれる状況に相当している。従って本モデルは水利システムの渇水回避可能度を解析するための基本モデルであるということもできる。

3．マルコフ過程の適用　当該システムの挙動は、ある一定時間間隔で観測され、その流量はいくつかの有限個の状態 1,2,・・・n に分類されるとする。ここで、状態を表す数字が大きいほど、流量は多いとし、渇水及び正常と規定される状態の集合を、それぞれ $D=\{1,2,\cdots,m\}, E=\{m+1,\cdots,n\}$ とする。このシステムの時刻 $t=0,1,2,\cdots$ における状態をX(t)で示す。X(t)は1－ステップ推移確率 $p_{ij}, i,j=1,2,\cdots,n$ をもつマルコフ連鎖を形成するとする。

4．信頼性指標の定式化　水利システムの信頼性に関するいくつかの指標を提示し、マルコフシステムとみなしたときのそれらの計算式を与える。

（１）渇水までの時間

正常状態Eから渇水状態Dまでの到達時間を表す。この時間に関して、正常状態iから出発したとき、時刻tではじめて渇水になる確率は式(1),(2)から導かれる。また時刻tまで渇水にならない確率は式(3),(4)で与えられる。正常状態iから渇水状態になるまでの期待時間は式(5)で表される。

（２）回復までの時間

一度渇水状態になって後、正常状態へ復帰するまでの時間を表す。この時間に関して、渇水状態iから出発したとき、時刻tではじめて渇水状態から回復する確率は、式(6),(7)で、また時刻tまで回復しない確率は、式(8),(9)で与えらえる。渇水状態iから回復するまでの期待時間は、式(10)で表される。

（３）正常時間

ある期間中正常な状態にある時間の総和を正

$$f_i(1)=\sum_{j\in D} p_{ij} \quad i\in E \qquad \cdots(1)$$

$$f_i(t)=\sum_{j\in E} p_{ij} f_j(t-1) \quad i\in E \qquad \cdots(2)$$

$$\bar{F}_i(1)=\sum_{j\in E} p_{ij} \quad i\in E \qquad \cdots(3)$$

$$\bar{F}_i(t)=\sum_{j\in E} p_{ij} \bar{F}_j(t-1) \quad i\in E \qquad \cdots(4)$$

$$u_i=\sum_{t=1}^{\infty} t f_i(t) \quad i\in E \qquad \cdots(5)$$

$$g_i(1)=\sum_{j\in E} p_{ij} \quad i\in D \qquad \cdots(6)$$

$$g_i(t)=\sum_{j\in D} p_{ij} g_j(t-1) \quad i\in D \qquad \cdots(7)$$

$$\bar{G}_i(1)=\sum_{j\in D} p_{ij} \quad i\in D \qquad \cdots(8)$$

$$\bar{G}_i(t)=\sum_{j\in D} p_{ij} \bar{G}_j(t-1) \quad i\in D \qquad \cdots(9)$$

$$v_i=\sum_{t=1}^{\infty} t g_i(t) \quad i\in D \qquad \cdots(10)$$

$$B_i(t,0)=\begin{cases} 0 & i\in E \\ \bar{G}_i(t) & i\in D \end{cases} \qquad \cdots(11)$$

$$B_i(t,t)=\begin{cases} \bar{F}_i(t) & i\in E \\ 0 & i\in D \end{cases} \qquad \cdots(12)$$

$$B_i(t,x)=\begin{cases} \sum_{j\in S} p_{ij} B_j(t-1,x-1) & i\in E \\ \sum_{j\in S} p_{ij} B_j(t-1,x) & i\in D \end{cases} \quad s=D\cup E \qquad \cdots(13)$$

常時間と呼ぶ。この時間に関して、状態iを出発してt時間中x時間$(0 \leqq x \leqq t)$正常である確率を考える。t時間中0時間正常である確率は、式(11)で、t時間中t時間正常である確率は、式(12)で与えられる。またt時間中x時間$(0 \leqq x \leqq t)$ 正常である確率は、式(13)から導かれる。

（４）継続正常時間

将来のある時点から継続する正常な時間を意味する。これに関して、将来のある時点から正常状態が継続する確率を考えると式(14)で与えられる。

$$P(t,x)=\sum_{j \in E} p_{ij}(t)\bar{F}_j(x) \qquad \cdots (14)$$

$$\begin{cases} H_i(t)=1 & t=0,1,\cdots\cdots,T-1 \quad i \in E \\ H_i(t)=\sum_{j \in E} p_{ij} H_j(t-1)+\sum_{j \in D} p_{ij} k_j(0,t-1) & \\ \qquad i \in E\ ,\ t \geqq T & \end{cases} \qquad \cdots (15)$$

$$\begin{cases} k_i(T,t)=0 & {}^{\forall}t \\ k_i(s,t)=1 & t=0,1,\cdots\cdots,T-s-1 \\ & (s=0,1,\cdots\cdots,T-1) \\ k_i(s,t)=\sum_{j \in E} p_{ij} H_j(t-1)+\sum_{j \in D} p_{ij} k_j(s+1,t-1) & \\ \qquad i \in D\ ,\ t \geqq T-s & \end{cases} \qquad \cdots (16)$$

（５）許容渇水時間

継続渇水時間に関するある許容値Tを考える。つまり渇水になっても継続時間がT-1 以下であれば利用上不都合や障害が生じないとみなす。このような状態をシステムダウンと呼ぶと、渇水の継続時間がはじめてT以上になったときにシステムダウンが起こることになる。この時間に関しある時刻で状態がi（正常）のときそれからt時間後もシステムダウンしない確率$H_i(t)$を考える。これは式(15),(16)から導かれる。ここで$K_i(s,t)$は、ある時刻で状態がi（渇水）、かつ渇水継続時間がs$(s=0,1,\cdots,T-1)$のとき、それからt時間後もシステムダウンしない確率である。

５．水利システムの信頼性評価の適用例　京都府由良川の7,8月の流量(12年分)を例にとり、いくつかの基準流量を設定し、河川の流量がこの基準流量より少なくなったときに渇水になるとみなす。本研究では基準流量を、河川維持流量、河川維持流量に現在の水利流量（生活、農業、工業用水）を加えた流量、および、新たに取水量(人口250万人程度の都市生活用水)が必要となった場合を想定してみた。そして新たに必要となった取水量のうち取水制限を行った場合(20%ｶｯﾄ,50%ｶｯﾄ)も想定し、計５つの基準流量を考えた。したがって表－１に示すように流量状態は６つあることになり、また渇水モードは表－２のようになる。計算に当たって、７,８月の全期間を１週間単位で計９週間からなると仮定した。また流量の状態推移はこの期間では過去の状態には独立で、マルコフ過程に従うこととした。各流量状態について１－ステップ推移確率を求めて行列表示したものを表－３に示す。この行列より前述したいくつかの信頼性指標を求める。なお計算結果は講演時に譲ることとする。

６．おわりに　マルコフ過程を仮定した基本モデル(水利ｼｽﾃﾑ)を考えることにより水利システムの信頼性評価指標の定式化を行った。ついで実際の河川の流量観測データを基に、信頼性評価指標を計算し、その具体的な意味づけについて考察した。今後は水利システムの物理的現象をより明示的に組み込むことや、施設拡張などの計画設計変数を導入することなどが考えられる。

表-1　流量状態

流量状態	流量 以上		以下
1	0	～	3
2	3	～	7
3	7	～	12
4	12	～	15
5	15	～	17
6	17	～	∞

表-2　渇水モード

渇水モードⅠ	:D={1}
渇水モードⅡ	:D={1,2}
渇水モードⅢ	:D={1,2,3}
渇水モードⅣ	:D={1,2,3,4}
渇水モードⅤ	:D={1,2,3,4,5,}

表-3　１週間の推移確率

状態	1	2	3	4	5	6
1	0.200	0.400	0.200	0.000	0.000	0.200
2	0.238	0.429	0.143	0.000	0.000	0.190
3	0.000	0.417	0.083	0.083	0.000	0.417
4	0.000	0.286	0.286	0.142	0.000	0.286
5	0.000	0.000	0.400	0.000	0.000	0.600
6	0.000	0.053	0.053	0.088	0.088	0.718