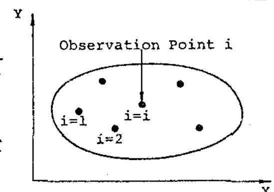
非線形計画法に基づく帯水層定数同定に関する基礎的検討－溶質移送問題－

徳島大学　工学部　正　　山上　拓男
徳島大学　工学部　正　○安富　英樹

１．まえがき：　近年、平野部における地下水低下や、それに伴う地下水塩水化が大きく社会問題としてクローズアップされてきた。一般に、広域地下水の振舞いは、有限要素法に代表される数値解析モデルに基づいて検討されている。ところが、数値解析における精度は、用いたモデルもさることながら、帯水層定数や分散係数の値に大きく依存しており、対象領域が広域に及べば、こうした定数を限られた数の現地ないし室内試験で推定することが極めて困難となる。そこで、このような難点に対処する１つの方策として、近年いわゆる逆解析手法が多くの場で活用されるに至った。筆者らはこれまで、非線形計画法に基づいた帯水層定数すなわち透水係数と貯留係数の同定問題の検討を行ってきた[1),2)]。本報告は新たに、溶質移送を含んだ平面地下水解析に必要な透水係数，貯留係数，分散係数及び間隙率の同定(逆解析)に関する基礎的検討結果を述べるものである。

２．非線形計画法に基づく定数同定のアルゴリズム：　本研究の対象とする帯水層定数や分散係数の同定問題の解析は、まず地下水の動態観測データ，濃度観測データと、有限要素解析より得られる全水頭，濃度の結果から目的関数（式(1),式(3)）を定義し、次いで非線形計画理論の援用によってこの目的関数の最適解を探索するという手順で行われる。



図－１　平面地下水解析場

図－１に示すように平面地下水解析場に適当な数の観測点を設定する。そして任意の透水係数kx,ky貯留係数βのもとに有限要素解析を行い、各観測点における計算地下水位を求める。その結果、計算地下水位と実測水位に基づいて次式を定義する。：

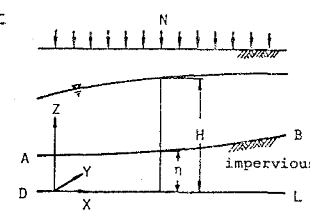
$$U_H = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(H^{ob}_{i,j} - H^{fe}_{i,j}\right)^2 \quad \cdots\cdots (1)$$

ここに、$H^{ob}_{i,j}$：観測点ｉにおけるSampling時刻ｊでの実測水位，$H^{fe}_{i,j}$：観測点ｉにおけるSampling時刻ｊでの計算(ＦＥＭ解析)水位，ｍ：観測点数，ｎ：時間軸上のSampling Pointsの数。そしてU_Hは、逆算パラメータkx,ky,βの関数すなわち　$U_H = U_H(kx, ky, \beta)$・・・・(2)　であると考える。式(1)は任意の一組のkx,ky,βのもとで一般に正の値を与える。そして、たまたま真の値のkx,ky,βを代入したときのみU_Hは零となる。いいかえると、式(1)のU_Hを最小(実は零)にするkx,ky,βが見つかれば、それがこの平面地下水解析場の帯水層定数(kx,ky,β)である。そこで、式(1)を非線形計画問題における目的関数とみなす。また移流分散現象に対しても同様な考え方より、任意の分散係数Dx,Dy間隙率nのもとに有限要素解析を行い、各観測点における計算濃度と実測濃度より目的関数として次式を定義する。：

$$U_C = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(C^{ob}_{i,j} - C^{fe}_{i,j}\right)^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

ここに、$C^{ob}_{i,j}$：観測点ｉにおけるSampling時刻ｊでの実測濃度，$C^{fe}_{i,j}$：観測点ｉにおけるSampling時刻ｊでの計算(ＦＥＭ解析)濃度。そして、式(1),式(3)を最小にする手法として、Nelder-MeadのSimplex法[3)]を採用する。

ここで、式(1),式(3)における計算水位，計算濃度を定めるのに採用された地下水支配微分方程式及び移流分散の支配方程式をそれぞれ要約しておく。図－２で、帯水層底面ABの勾配はDupuitの仮定が成り立つほどに十分小さいものとする。DLを基準面とし、これから自由水面までの高さをH,不透水底面の高さをηとすれば地下水支配微分方程式として次式を得る[4)]。：



図－２　平面地下水流れの鉛直図

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{kx(H-\eta)\frac{\partial H}{\partial x}\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{ky(H-\eta)\frac{\partial H}{\partial y}\right\} + Q_T - \beta\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad \cdots (4)$$

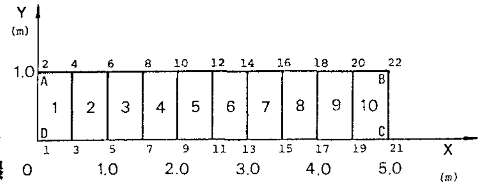
ここに、Q_T=N-Q,　N：単位面積当りのaccretion(N>0) or evapo-transpiration(N<0),

$Q=\sum_{i=1}^{m} Q_i\,\delta(x-x_i, y-y_i)$ で Q_i は点 (x_i, y_i) に存在する井戸の揚水量 $(Q_i>0)$ or 注水量 $(Q_i<0)$, mは井戸総数, β：貯留係数, kx,ky：透水係数。また、移流分散の支配方程式は、：

$$\frac{\partial}{\partial x}\{nDx(H-\eta)\frac{\partial C}{\partial x}\}+\frac{\partial}{\partial y}\{nDy(H-\eta)\frac{\partial C}{\partial y}\}-\frac{\partial}{\partial x}\{Vx(H-\eta)C\}-\frac{\partial}{\partial y}\{Vy(H-\eta)C\}-QC=n\{\frac{\partial C}{\partial t}(H-\eta)+\frac{\partial H}{\partial t}C\}\cdots(5)$$

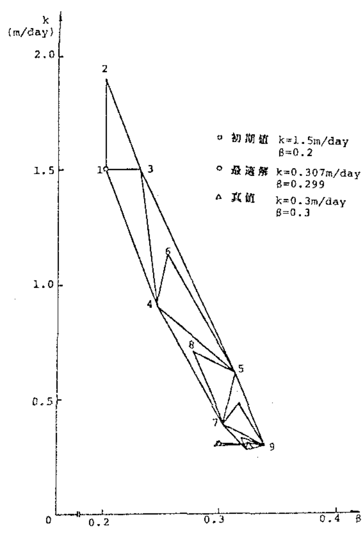
ここに、n：間隙率, C：物質の濃度, Q：揚水量, Dx,Dy：分散係数, Vx,Vy：ダルシー流速。式(5)において、移流分散に先だつ地下水解析の結果、全水頭H及び流速Vx,Vyは既知の値となっている。そのためこの式は、濃度Cのみを未知数とする微分方程式である。

3．適用例：　ここでは、図－3に要素分割を示すようなきわめて単純な不圧帯水層のモデルを考える。このモデルの帯水層は等方性で、水平な不透水性基盤に接しているとする。そして、境界AB,CDは不透水境界とする。また地盤内の初期濃度は零で、初期水位は2ｍを与える。この状態から瞬間的に節点1,2の濃度がC=1.0となり、節点21,22の外水位が0.05m/dayの速さで10日間上昇するものとした。そして外水位が上昇しきった直後の2日間は5mm/hの降雨があり、以後降雨は零とした場合の問題を想定した。ここで、透水係数k=0.3m/day, 貯留係数 β=0.3, 分散係数D=0.066m²/day 及び間隙率n=0.3を用いて浸透と移流分散の有限要素解析を行った結果を、この解析領域の実測水位, 実測濃度とみなす。つまり、逆解析すべき定数は、k=0.3m/day, β=0.3, D=0.066m²/day及びn=0.3である。

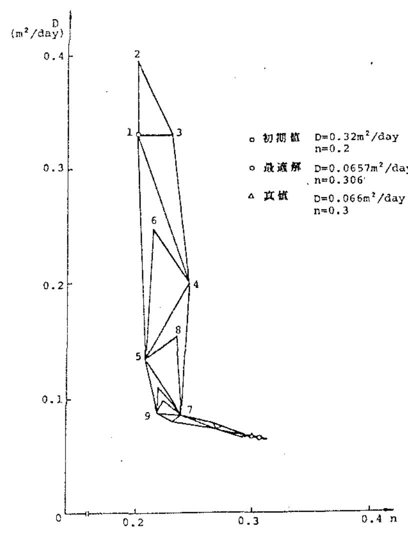


図－3　解析領域

以上の条件のもとで、初期値にk=1.5m/day, β=0.2, D=0.33m²/day及びn=0.2を与え、図－3の節点番号3と19に観測点を設け、Simplex法により逆解析を行った。図－4は、浸透問題におけるシンプレックスの収束経過を示している。結果は反復回数15回,浸透解析総数48回で収束し、最適解はk=0.307m/day, β=0.299であった。そして、この透水係数, 貯留係数のもとに計算されている全水頭, 流速を用い、移流分散に対する逆解析を行った。その結果、反復回数21回, 移流分散解析総数68回で収束し、D=0.0657m²/day, n=0.306であった。図－5には、その時のシンプレックスの収束経過を示している。探索された透水係数, 貯留係数, 分散係数及び間隙率は、それぞれの真の値に対して十分満足し得るものであり、こうした同定手法が移流分散問題に対しても有効であることがわかった。



図－4　シンプレックスの収束経過



図－5　シンプレックスの収束経過

4．おわりに：　本研究では、きわめて単純な不圧帯水層に対して、溶質移送を含んだ平面地下水解析に必要な透水係数, 貯留係数, 分散係数及び間隙率の同定問題を検討し、良好な結果を得ることができた。今後は、実際の地盤への適用をめざし、さらに検討していく予定である。

〔参考文献〕1)山上ら：第38回中四国土木学会,pp.255～256,昭和61年. 2)山上ら：第39回中四国土木学会,pp.209～210,昭和62年. 3)J.コワリック,M.R.オスボーン：非線形最適化問題,培風館,1971. 4)山上ら：第19回土質工学会,pp.1355～1356,昭和59年.