

魚礁に作用する不規則波による波力の確率特性

玉野総合コンサルタント株式会社 正会員○三宅 和典 鳥取大学工学部 松見 吉晴 木村 晃

1. まえがき： 現行の魚礁の波浪に対する安定設計は、従来の海洋構造物に適用されているモリソン式に、波浪条件として有義波高、及び有義周期を用いて行われている。しかしながら、波浪条件から波力への変換のプロセスが非線形であり、周期もある程度の分布幅を持つために、設計波の出現頻度と設計波力の作用頻度とはおのずから異なってくる。したがって、波高と周期の結合分布を考慮した波力の確率特性から、直接設計波力を決定する方法がより合理的であると考えられる。そこで、本研究では波高と周期に関する結合確率密度関数とモリソン式による等波力の分布を重ね合わせることににより、魚礁に作用する不規則波による波力の確率特性について検討を加えた。

2. 解析方法： 図-1に示されるような有孔魚礁モデルに作用する波力は、モリソン式によって次式のように表される。

$$\frac{F(t)}{\omega(D-\delta)^2} = \frac{C_D(H/D)^2 \tanh kh}{16(1-\delta/D)^2 \sinh^2 kh} \left\{ \sinh k(D-\delta) + \sinh 2kD - \sinh k(D+\delta) + 2k(D-\delta) \right\} \cdot \cos(kx - \sigma t) \cos(kx - \sigma t) \\ + \frac{C_M(H/D) \tanh kh}{2(1-\delta/D) \sinh kh} \left\{ \sinh \frac{1}{2} k(D-\delta) + \sinh kD - \sinh \frac{1}{2} k(D+\delta) \right\} \sin(kx - \sigma t) \quad (1)$$

ここに、 H ：波高、 h ：水深、 k ：波数、 σ ：角周波数、 D ：魚礁の一辺の長さ、 δ ：魚礁の間隙幅である。今、 $\zeta = H/D$ 、 $\xi = kh$ 、 $f = F/\omega(D-\delta)^2$ としたとき、波の一周期の間の最大波力 f は、2、3の計算の後、以下のように表される。

$$1) \text{ 抗力と慣性力が共存する場合： } \alpha f = (\beta \zeta)^2 + 0.25 \quad \text{適用範囲 } \beta \zeta > 0.5 \quad (2)$$

$$2) \text{ 慣性力が卓越する場合： } \alpha f = \beta \zeta \quad \text{適用範囲 } 0 \leq \beta \zeta \leq 0.5 \quad (3)$$

ここに、 α 、 β は次式で表される。

$$\alpha = \frac{C_D}{4C_M^2 \tanh \xi} \cdot \frac{\sinh \xi(D/h)(1-\delta/D) + \sinh 2\xi(D/h) - \sinh \xi(D/h)(1+\delta/D) + 2\xi(D/h)(1-\delta/D)}{(\sinh 0.5\xi(D/h)(1-\delta/D) + \sinh \xi(D/h) - \sinh 0.5\xi(D/h)(1+\delta/D))^2} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{C_D}{8C_M(1-\delta/D) \sinh \xi} \cdot \frac{\sinh \xi(D/h)(1-\delta/D) + \sinh 2\xi(D/h) - \sinh \xi(D/h)(1+\delta/D) + 2\xi(D/h)(1-\delta/D)}{\sinh 0.5\xi(D/h)(1-\delta/D) + \sinh \xi(D/h) - \sinh 0.5\xi(D/h)(1+\delta/D)} \quad (5)$$

図-2は、 $C_D=2.0$ 、 $C_M=2.7$ 、 $D/h=0.1$ 、 $\delta/D=0.4$ としたときの f の分布を示したものである。式(1)からもわかるように、波の内部機構から波力への変換式はzero-memory型であり、前後の波の影響は受けない。したがって、波力の確率密度関数は波高、周期の結合分布を ζ 、 ξ の結合分布に変換し、等波力の分布と重ね合わせることで算定できる。ここでは、波高、周期の結合分布として、木村¹⁾による2次元Weibull分布を用い、 $P(h, t)$ に関して $h = H/\bar{H} = \zeta/\bar{\zeta}$ 、 $t = T/\bar{T} = (\bar{\xi} \tanh \bar{\xi} / \xi \tanh \xi)^{-1/2}$ なる変数変換を施すと、 ζ と ξ に関する結合分布が次式のように与えられる。

$$P(\zeta, \xi) d\zeta d\xi = \frac{m n}{4A} \left[\frac{\bar{\xi}}{2\bar{\zeta}} + \frac{\bar{\xi}}{\sinh 2\bar{\xi}} \right] \left(\frac{\zeta}{\bar{\zeta}} \right)^{m-1} \left(\frac{\xi \tanh \xi}{\bar{\xi} \tanh \bar{\xi}} \right)^{n/2} \\ \cdot \exp \left[-\frac{1}{2A} \left\{ \phi_2 \left(\frac{\zeta}{\bar{\zeta}} \right)^m + \phi_1 \left(\frac{\xi \tanh \xi}{\bar{\xi} \tanh \bar{\xi}} \right)^{n/2} \right\} \right] \cdot I_0 \left[\frac{\rho}{A} \left(\frac{\zeta}{\bar{\zeta}} \right)^{m/2} \left(\frac{\xi \tanh \xi}{\bar{\xi} \tanh \bar{\xi}} \right)^{n/4} \right] \frac{d\zeta d\xi}{\bar{\zeta} \bar{\xi}} \quad (6)$$

ここに、 m 、 n は波高及び周期の周辺分布の形状母数であり、 I_0 は第1種変形ベッセル関数、 $A = \phi_1 \phi_2 - \rho^2$ 、 $\phi_1 = 1/2 [\Gamma \{(m+1)/m\}]^{-m}$ 、 $\phi_2 = 1/2 [\Gamma \{(n+1)/n\}]^{-n}$ である。ただし、 Γ はガンマ関数、 ρ は相関パラメータである。以上のことより、波力の確率密度関数 $P(f)$ 、および最大波力の確率密度関数 $P_{\max}(f)$ は次のように求められる²⁾。

$$P(f) df = \iint_S P(\zeta, \xi) d\zeta d\xi \quad (7) \quad P(f) df = \frac{\pi}{4} \exp \left[-\frac{\pi}{4} \frac{f}{\bar{f}} \right] \quad (8)$$

ここに、 S は等波力線 f と $f+df$ に挟まれる領域であり、 $Q(f)$ は波力の分布関数、 N はサンプル個数である。式(7)、(8)を解析的に表現するのは困難であるため、本研究では数値積分により計算を進めた。ただし、長波域($\xi \rightarrow 0$)においては以下のように解析的に求められる。

$$P_{\max}(f) df = N Q(f)^{N-1} \frac{dQ(f)}{df} df \quad (9) \quad P_{\max}(f) df = \frac{\pi N}{4} \left[1 - \exp \left[-\frac{\pi}{4} \frac{f}{\bar{f}} \right] \right]^{N-1} \exp \left[-\frac{\pi}{4} \frac{f}{\bar{f}} \right] \frac{df}{\bar{f}} \quad (10)$$

ここに、 f には $(\bar{\beta} \bar{\zeta} / \alpha)$ を与えている。

3. 計算結果： 図-3は図中に示すような計算条件のもとで式(8)、(10)より計算した $P_{\max}(f)$ を示したものである。これより $P_{\max}(f)$ の分布形状は $\bar{\xi}$ の減少にともない長波域に漸近することがわかる。

また、 $P(f)$ および $P_{max}(f)$ に及ぼす $\bar{\zeta}$, D/h , 及び δ/D の影響についてはほとんどないことを確認しているが、この結果については講演時に報告する。最終的に最大波力の期待値 $E_{max}(f)/\bar{F}$ は次式で与えられる。

$$E_{max}(f)/\bar{F} = \int_0^{\infty} f \cdot P_{max}(f) df \quad (11)$$

長波域：

$$E_{max} f / \bar{F} \approx \frac{4}{\pi} \ln N \quad (12)$$

図-4は式(11), (12)を図示したものである。これより期待値は $\bar{\zeta}$ および波のスペクトル形状に影響を受けることがわかる。以上のことより、魚礁に作用する波力の最大値は、 $\bar{\zeta}$ および波のスペクトル形状に依存し、 $\bar{\zeta}$, D/h , 及び δ/D の変化にはほとんど影響を受けないと結論づけられる。

参考文献：1)木村 晃：不規則波の波高，周期の結合確率特性について，土木工学会論文報告集，Vol.286,1979 2)木村 晃・瀬山 明・上野 晃：円柱に作用する不規則波の波力の確率特性，第27回海岸工学講演会論文集，pp.373~377,1980。

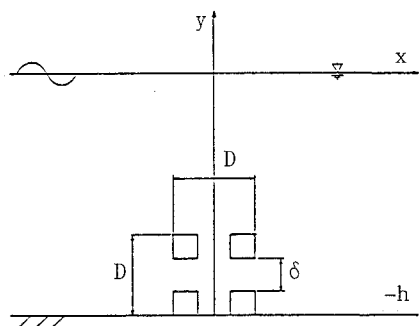


図-1 有孔魚礁モデル

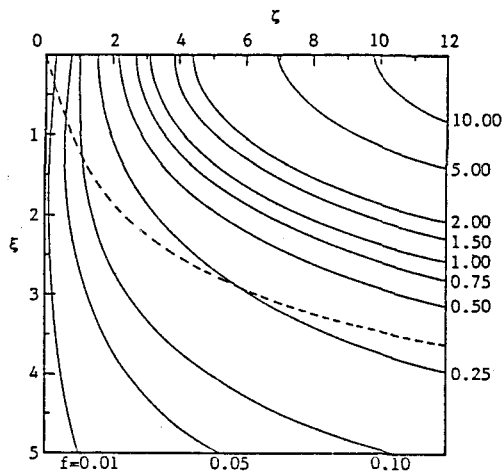


図-2 等波力線図($D/h=0.1$, $\delta/D=0.4$)

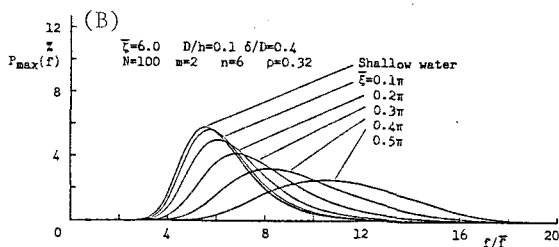
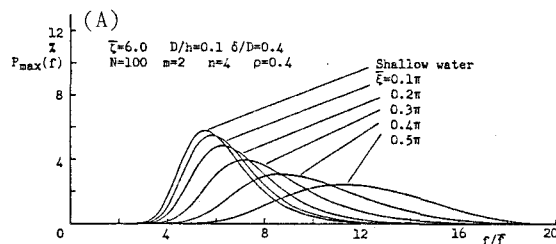


図-3 最大波力の確率密度関数($D/h=0.1$, $\delta/D=0.4$, $\zeta=6.0$, $N=100$)

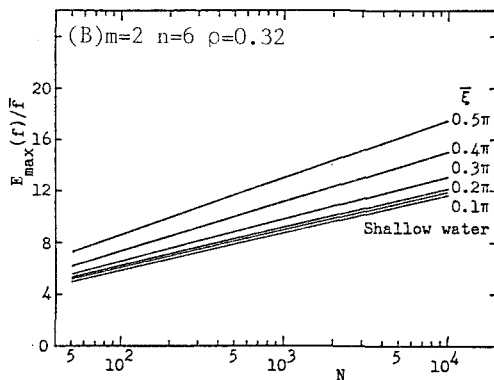
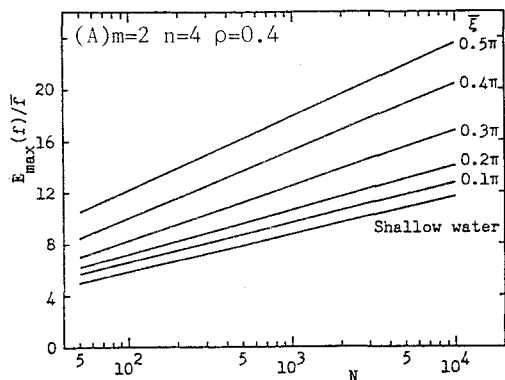


図-4 最大波力の期待値($D/h=0.1$, $\delta/D=0.4$, $\zeta=6.0$)