

無限配列された堤体構造物群まわりの波浪変形の算定法

愛媛大学工学部 正員 中村 孝幸

愛媛大学大学院 学生員○小野 正順

日本海工(株)

古家 英夫

1. まえがき: 従来、無限配列された堤体構造物群まわりの平面的な波高分布の算定法としては、吉田ら¹⁾によるGreenの公式に基づく解析法がある。しかしながらこの解析法は、直角入射波の条件でかつ左右対称な平面形状の堤体の場合にしか適用できないなどの制限がある。本研究は、より一般的な斜め入射波が任意平面形状の堤体群に作用する場合の波浪境界値問題の解析法を、効率的なわき出し分布法に基づき明らかにするものである。

2. 斜波中における波浪境界値問題: 解析モデル及び座標系は図-1に示すもので、一定水深 h の流体場中に任意平面形状を有する物体が、一定間隔 λ で無限に y 軸方向に配列されている場合を考える。座標系は、水表面に原点をとり、そして入射波は図中に示すように、 x 軸と角度 θ をなして構造物群に入射してくるものとする。流体は、非圧縮性完全流体で速度ポテンシャルが定義でき、波動運動は微小振幅波理論で表現され得るものとする。このとき入射波の速度ポテンシャル Φ_i 及び固定物体の存在により発生する回折波の速度ポテンシャル Φ_d は、物体形状が鉛直方向に変化しないことから時間変動項 $e^{-i\omega t}$ を省略した形で表すと次のようになる。

$$\Phi_i(x, y, z) = -\frac{igH}{2\omega} \cdot \frac{\cosh\{k(h+z)\}}{\cosh(kh)} \cdot e^{ik_x x} \cdot e^{ik_y y} \quad (1)$$

$$\Phi_d(x, y, z) = -\frac{igH}{2\omega} \cdot \frac{\cosh\{k(h+z)\}}{\cosh(kh)} \cdot \psi_0(x, y) \cdot e^{ik_y y} \quad (2)$$

ここで、 $i = \sqrt{-1}$, g : 重力加速度, H : 入射波の波高, k : 進行波の波数, ω : 角振動数 ($=2\pi/T$, T : 入射波の周期), $k_x = k\cos\theta$, $k_y = k\sin\theta$, である。さらに式(2)中の ψ_0 は、 y 軸方向に λ の周期性を有することから、次のようにFourier級数に展開することができる。

$$\psi_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{\psi}_{0n}(x) \cdot \exp(i \frac{2n\pi}{\lambda} y) \quad (3)$$

ここに $\hat{\psi}_{0n}(x)$ は、 ψ_0 の複素Fourier係数である。そして ψ_0 の基礎方程式は、式(2)を3次元のLaplace方程式に代入することにより求められ、次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial y^2} + 2ik_y \frac{\partial \psi_0}{\partial y} + k_x^2 \psi_0 = 0 \quad (4)$$

式(3)の ψ_0 は、 $y=0$, λ での接続境界条件を自動的に満足しており、残された条件としては次式で示すradiation conditionと物体表面の境界条件の2つである。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left\{ \frac{\partial \psi_0}{\partial r} - ik \psi_0 \right\} = 0 \quad (\text{radiation condition}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial n} \left\{ (\psi_0 + e^{ik_x x}) \cdot e^{ik_y y} \right\} \Big|_{\text{on } S} = 0 \quad (\text{物体表面上の不透過条件}) \quad (6)$$

ここで、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, S : 堤体群の中の一つの堤体の断面曲線, $\partial/\partial n$: S における法線微分を示す。そして ψ_0 は、式(4)の基礎方程式を式(5), (6)の境界条件の下に解いて求められる。

3. Green関数: 上で述べたような波動場中におけるGreen関数 G は、式(4)に類似した次式を解いて求められる。

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + 2ik_y \frac{\partial G}{\partial y} + k_x^2 G = \delta(x-X) \cdot \delta(y-Y) \quad (7)$$

ここで、 δ : Diracのデルタ関数, (X, Y) : わき出しの位置である。 G は、 ψ_0 と同様に y 軸方向に λ の周期性をもち、次式のようにFourier級数表示できる。

$$G(x, y; X, Y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{G}_n(x; X, Y) \cdot \exp(i \frac{2n\pi}{\lambda} y) \quad (8)$$

そして G が満足すべき境界条件は、式(5)において ψ_0 を G に置き換えたものである。 G の誘導については省略するが、式(7)の基礎方程式をradiation conditionの下に解くと次式のように求められる。

$$G(x, y; X, Y) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ -N < n < N, \text{を除く}}}^{+\infty} \frac{\exp\{i \frac{2n\pi}{\lambda} (y-Y)\}}{2\lambda \mu_n} \cdot e^{-\mu_n |x-X|} + \sum_{n=-N}^{+N} \frac{\exp\{i \frac{2n\pi}{\lambda} (y-Y)\}}{2\lambda \mu_n} \cdot e^{-\mu_n |x-X|} \quad (9)$$

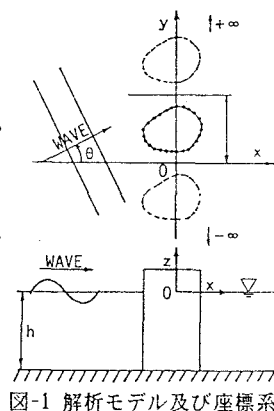


図-1 解析モデル及び座標系

ここで、 $\mu_n = \sqrt{(k_y + 2n\pi/\lambda)^2 - k^2}$ 、 $-N_1$ と N_1 は、 μ_n が虚数になるときの n の最小値と最大値をそれぞれ示す。そして、式(9)のGreen関数は、 x 方向に関して右辺第一項は減衰定常波モードの成分、第二項は進行波モードの成分になっている。また y 方向については、双方とも進行波モードになっている。なお G の算定においては、 $x-Y=0$ かつ $y-Y=0$ 、 λ の条件下で特異性を示すため注意が必要である。

4. わき出し分布法による ϕ_0 の算定：わき出し分布法によれば、 ϕ_0 は上記の G を用いて次のように表すことができる。

$$\phi_0(x, y, z) = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh[k(h+z)]}{\cosh(kh)} \cdot \int_S f(x, Y) \cdot G(x, y; x, Y) dS(x, Y) \cdot e^{ik_y y} \quad (10)$$

ここで、 (x, y, z) ： ϕ_0 を求める位置、 f ：わき出し強さの分布関数で、物体表面の境界条件式(6)を用いて決定できる。本研究では、式(10)などに現れる S にわたる積分は、 S を有限個の微小線要素 ΔS_j ($j=1 \sim J$)に分割した後に中央点近似法を用いて実行している。すなわち、 ϕ_0 は次式で算定できる。

$$\phi_0(x, y) = \sum_{j=1}^J f(x_j, y_j) \cdot \int_{\Delta S_j} G(x, y; x, Y) dS(x, Y) \quad (11)$$

また f の決定方程式は、式(11)を式(6)に代入して求められ、次のようになる。

$$\sum_{j=1}^J f(x_j, y_j) \cdot \int_{\Delta S_j} \left[\frac{\partial G}{\partial x}(x_i, y_i; x, Y) \cdot n_{xi} + \frac{\partial G}{\partial y}(x_i, y_i; x, Y) \cdot n_{yi} + ik_y G(x_i, y_i; x, Y) \cdot n_{ji} \right] dS(x, Y) = -i(k_x \cdot n_{xi} + k_y \cdot n_{yi}) \cdot e^{ik_x x_i} \quad (i=1 \sim J) \quad (12)$$

ここで、 (n_{xi}, n_{yi}) ： ΔS_j 上の単位法線ベクトルの各成分である。式(12)は、 $J \times J$ のマトリックス方程式になっており、これを解くことにより f ($j=1 \sim J$)が決定できる。これらの f を式(11)に代入することにより ϕ_0 が求まり、最終的に式(2)により ϕ_0 が算定できることになる。

5. 物体まわりの波高分布及び透過率 C_T 、反射率 C_R の算定：(1)物体まわりの波高分布の算定：物体まわりの任意点 (x, y) での回折係数 $K_0(x, y)$ 及び、原点における入射波との位相差 $R_0(x, y)$ は、次式で示される。

$$K_0(x, y) = \left| \frac{i\omega}{g} (\phi_1 + \phi_0) \right|_{x=y=0} / \left(\frac{H}{2} \right) \quad (13) \quad R_0(x, y) = \arg \left\{ \frac{i\omega}{g} (\phi_1 + \phi_0) \right\} \quad (14)$$

ここで、 $\arg(X)$ は複素数 X の偏角をとることを意味する。(2)透過率 C_T 、反射率 C_R の算定：式(9)のGreen関数に示されるように一般に、回折波の進行波成分は単一でなく複数個である。従って C_R, C_T は、物体から x 軸方向に十分離れた場所での $0 \leq y \leq \lambda$ の間を透過する透過波及び反射波の平均エネルギーflux E_T, E_R を用いてそれぞれ次式のように求められる。

$$C_R = \sqrt{E_R / E_I} \quad (15)$$

$$C_T = \sqrt{E_T / E_I} \quad (16)$$

ここで、 E_I ：入射波のエネルギーflux ($1/8 \rho g H^2 C_0$, C_0 ：群速度)である。

6. 従来の算定結果との比較：図-2は、矩形堤体群の C_T の算定結果を入射角 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ の場合において横軸に λ/L をとり示すものである。図中には、比較のためGreenの公式に基づく吉田ら¹⁾の算定結果も併せて示している。図より θ が大きくなるに従って、共振点付近を除いて全般的に透過率が大きくなることや、共振点が長周期側にずれることが認められる。そして、 $\theta=0^\circ$ の場合の算定結果について比較してみると共振点付近において少しの差異がみられるものの吉田ら¹⁾によるものとよく一致しており本解析法は、十分妥当的なものと言える。

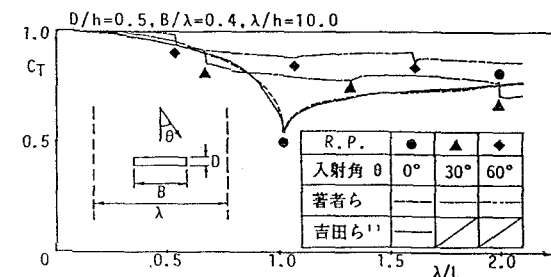


図-2 入射角を変化させたときの矩形堤体群の C_T の変動特性

7. 結語：わき出し分布法に基づく本解析法により、無限配列された任意平面形状の堤体群まわりの波浪境界値問題の解析が効率よくしかも精度よく行える。また本解析法は、直角入射波のみならず、斜め入射波の場合も考慮できるより一般的な解析法である。

(参考文献) 1) 吉田明德、飯田典生：任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法，第33回海岸工学講演会論文集，pp521~525, 1986。