

## 多峰計画降雨波形に関する確率論的考察

徳島大学工学部 正 員 端野 道夫  
徳島大学大学院 学生員 ○前 久司

### 1. はしがき

著者の一人は、Freundの二変数指数型分布を用いて一山型の計画降雨波形の定式化を行ったが<sup>1)</sup>、実際の降雨は、数個のピークを有する多峰型の降雨波形をもつことがあるので、前述の研究を発展させ多峰型の計画降雨波形の定式化を行うことを本研究の目的とする。その第一歩として、本報では多峰計画降雨波形の定式化を行う上で必要不可欠な降雨継続時間と総雨量の複合確率分布を明らかにする。対象降雨として、徳島における1903～1939年及び1950～1983年の72年間の降雨観測資料を用いる。

### 2. 一降雨および一降雨群の定義

図-1は、ピークを $n$ 個有する多峰型降雨波形の説明図である。この多峰型降雨波形を一山ごとに分けるために、あらかじめ降雨波形の地域特性、降雨特性を加味して無降雨継続時間 $T_a$ における下限値 $T'$ 、降雨継続時間 $t_i$ における下限値 $T_R$ 及び時間降雨量の最低値 $R_a$ を設定する。降雨波形中の無降雨継続時間 $T_a$ が規定値 $T'$ を越えた場合に、全く異なる降雨セル群の影響により発生したと考え、その前後の降雨波形を別々の降雨波形に大別する。この大別された降雨波形を“一降雨群”と呼ぶこととする。一降雨群を、小降雨の集合により構成されていると考え、一個のピークごとに $n$ 個の降雨波形にさらに細分割する。この細分化された降雨波形を“一降雨”と呼ぶこととする。この細分化を行うにあたっては、複雑な変化をおこなう実績降雨データを平滑化することにし、3時間の移動平均を行う。その他、 $T'=3\text{hr}$ ,  $T_R=3\text{hr}$ ,  $R_a=3\text{mm/hr}$ とした。

### 3. 一降雨群における一降雨の発生個数の確率分布

一降雨群における一降雨の発生個数の確率分布、つまり一降雨群中のピーク発生個数の確率分布を調べてみると図-2のような結果となった。実線は実測値を、斜線は負の二項分布による発生確率をあてはめたものであり、良好な適合を示すことより発生個数の確率分布は、負の二項分布で表現できることが判る。

### 4. 一降雨群における降雨継続時間及び総雨量の分布の定式化

一降雨の降雨継続時間 $t_i$ と総雨量 $z_i$ をそれぞれ(3)式でべき乗変換すれば両者は、(4)式のFreundの二変数指数型分布に従うと仮定する。実測値 $t_i, z_i$ による $\xi, \eta$ の分布にFreund分布の各周辺分布を適合させると図-3のようになっており、適合度はかなり良好である。一降雨群の降雨継続時間 $T_n$ 及び総雨量 $Z_n$ の分布は、 $t_i$ と $z_i$ を二変数とするFreund分布を $i$ 山つまりピーク発生個数 $i$ をたたみこみ回数としてたたみこみを行い表現することとするのであるが、Freund分布のたたみこみ関数を直接求めるのは困難である。そこで、Freund分布の周辺分布を、たたみこみが容易である一変数のガンマ分布に変換し、ガンマ分布の

$$\begin{aligned}
 P\{T_n < T\} &= \sum p\{n=i\} P\{T_i < T | n=i\} \\
 &= \sum p\{n=i\} G_{T_i}^{i*}(T) \quad (1) \\
 P\{Z_n < Z\} &= \sum p\{n=i\} P\{Z_i < Z | n=i\} \\
 &= \sum p\{n=i\} G_{Z_i}^{i*}(Z) \quad (2) \\
 \eta &= \frac{(t - U_t)^{n_t}}{\sigma_t}, \quad \xi = \frac{(z - U_z)^{n_z}}{\sigma_z} \quad (3) \\
 f(\xi, \eta) &= \begin{cases} a_1 b_2 \exp\{-b_2 \eta - (a_1 + b_1 - b_2) \xi\} & (0 < \xi < \eta) \\ b_1 a_2 \exp\{-a_2 \xi - (a_1 + b_1 - a_2) \eta\} & (0 < \eta < \xi) \end{cases} \quad (4)
 \end{aligned}$$

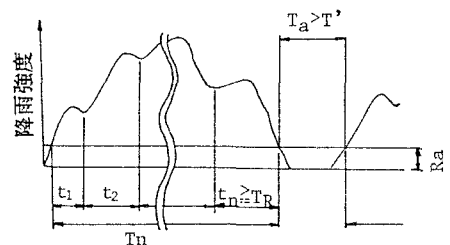


図-1 一降雨、一降雨群の説明図

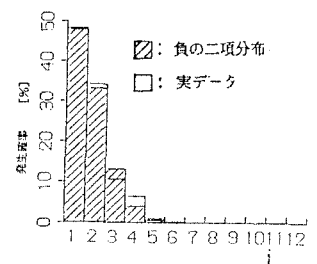


図-2 一降雨群中の一降雨の発生確率

たたみこみを利用することにより表現できると仮定する。

**1) 降雨継続時間の分布の定式化**  $T_n$  の分布は、 $t_i$  の分布の確率分布関数  $G_t(t)$  を用い  $i$  山つまりピーク発生個数  $i$  をたたみこみ回数とするたたみこみ関数  $G_t^{i*}(T)$  により表現することとする。これより、 $T_n$  の非超過確率  $P\{T_n < T\}$  は、(1)式のように表される。 $i$  山型降雨波形は、第一項の  $i$  山の発生確率と第二項の  $i$  を条件とする  $T_n$  の確率分布関数により表される。第一項は、前述のように負の二項分布で表せる。実資料の分布にガンマ分布を当てはめれば図-4のようになり、適合度は良好である。次に、 $T_n$  の非超過確率  $P\{T_n < T\}$  の実測値と(1)式による理論値を比較すると図-4のようであり、本式による超過確率が若干小さめにしているが、 $T'$  の設定に問題があると考えられこの点を解決すれば良好な適合度を示すと思われる。

**2) 総雨量の分布の定式化** 1)同様、 $Z_n$  の分布は、 $z_i$  の確率分布関数  $G_z(z)$  のたたみこみ関数  $G_z^{i*}(Z)$  により表現することとする。これより  $Z_n$  の非超過確率  $P\{Z_n < Z\}$  は、(2)式ようになる。第一項は、前述のように負の二項分布で表せる。第二項は、ガンマ分布のたたみこみ関数  $G_z^{i*}(Z)$  で表すことができ実資料の  $Z_n$  による超過確率分布と(2)式による理論値を比較すると1)同様の結果が得られた。

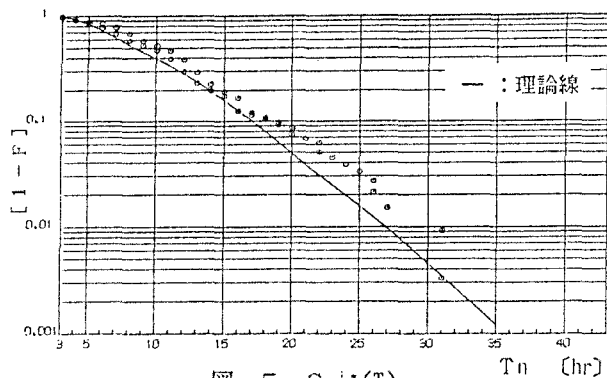


図-5  $G_t^{i*}(T)$

**3)  $T_n$  と  $Z_n$  の分布** 1), 2)より、ガンマ分布のたたみこみ

を利用することは有用である。以上のことより、Freund分布の各周辺分布を変換したガンマ分布のたたみこみを用いた分布関数を、 $\eta, \xi$  を二変数とするFreund分布に再変換し、実資料の分布と比較すると図-6のようになり、 $T_n$  に対する理論値はかなり良好な適合度を示し、 $Z_n$  に対しては少し理論値が低めに出ていると思われるが  $T'$  の設定における問題を解決すれば良好な適合度が得られると思われる。

**5. おわりに** 以上のことより、 $T_n$  と  $Z_n$  の分布に対しては、Freundの二変数指数型分布を用いることが有用であり、Freund周辺分布とガンマ分布の相互変換と、ガンマ分布のたたみこみ関数を用いることが有用であることが明らかとされた。

**参考文献:** 1) 端野道夫: Freund分布による条件付き確率降雨波形と計画降雨波形の決定法, 第31回水理講演会論文集, 1987年 2月

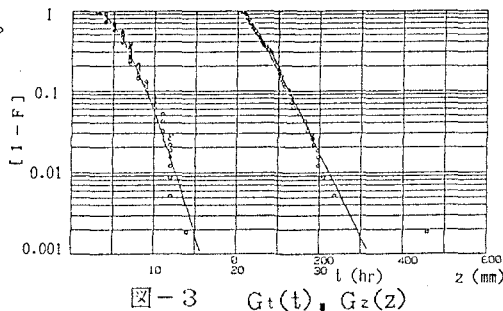


図-3  $G_t(t), G_z(Z)$

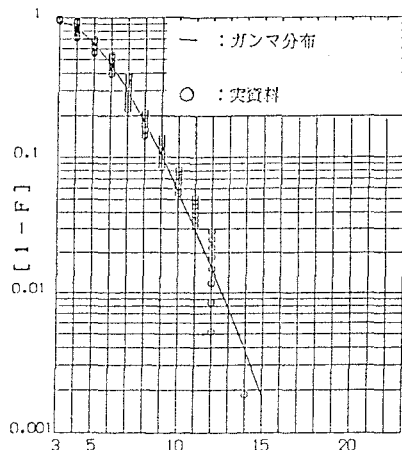


図-4  $G_t(t)$

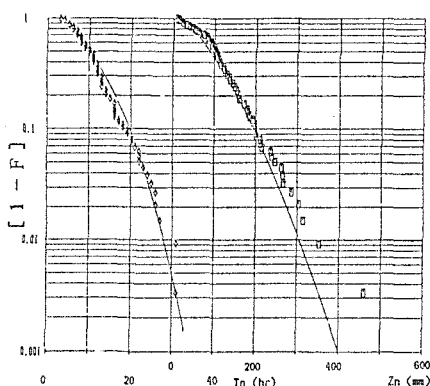


図-6  $G_t^{i*}(T), G_z^{i*}(Z)$