

鉛直二次元流の数値解析

西日本建設コンサルタント(株) 正員 ○大谷敏彦
鳥取大学 工学部 正員 道上正規
鳥取大学 工学部 高野泰斉

1. はじめに

一般に、数値計算には有限要素法や差分法などの手法がある。流体解析では、微分方程式を差分式によって小さいメッシュで近似する差分法がよく用いられる。差分法の中でも、流れの数値計算で広範囲にわたって使われているのがMAC法である。本研究ではMAC法の簡略化された方法であるSOLEAアルゴリズムを用いて、ダムから流れ落ちてきた高レイノルズ数の流れを、鉛直二次元流で解析するものである。そして、SOLEA法の有用性について検討を行うものである。

2 基礎方程式

本研究では対象とする流れが、非圧縮性流体であることを考慮して、二次元の連続式、運動方程式を適用する。

$$\text{連続式} \quad : \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad : \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

ここに、 u は水平方向の流速成分、 v は流速方向の重力成分、 x は水平方向の距離、 y は鉛直方向の距離、 F_x は水平方向の重力成分、 F_y は鉛直方向の重力成分、 p は圧力、 t は時間、 ν は動粘性係数、 ρ は密度である。

3 解析方法

本来のMAC法では(2)、(3)式を変形し、(4)式のような圧力に関する式を求め、

$$\frac{\partial p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial y^2} = -R; \quad R = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u v}{\partial x \partial y} - \left\{ \nu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} \quad (4)$$

繰り返し計算により(4)式に対応する差分式を満足するような圧力値を求めていく。本研究で用いたSOLEA法では圧力項に対する次式のような繰り返し計算を行う。

$$\frac{\Delta P_{i,j}}{\Delta \xi} = -D_{i,j}; \quad \Delta P_{i,j} = P_{i,j}^{k+1} - P_{i,j}^k; \quad \Delta \xi = \frac{\beta}{24t(1/4x^2 + 1/4y^2)} \quad (5)$$

ここに、 β は加速度係数、 K は繰り返しステップ緩和パラメータである。これは、セルの中に流入量が多い場合には圧力を増加させ、逆にセルの外へ流入量が多い場合には流出量を引き戻すために、圧力を減少させるようにしたもので、 $D_{i,j}$ は流速の発散量を示す。そして(5)式の D がある一定値範囲以内におさまるまで、繰り返し計算を行ない、(1)～(3)式を満たすような u 、 v 、 p を求める。なお、自由表面の形状変化は次に示す方程式に従って計算する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \quad (6)$$

ここで、 h は路床から自由表面までの距離を表わす。

4. 解析結果

図-1 に、せきを過ぎる射流の様子を示す。上に水面形状と流れの速度ベクトルを、下に流速分布を示す。ここに、縦軸は路床から水面までの距離を上流の水深 H で無次元化したもので、横軸は路床に沿う距離を H で無次元化したものである。ここで上図の実線は水面を示し、矢印はその場所での速度ベクトルを示す。また、下図の流速分布は横軸が 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.5 の 8 点におけるものであり、流速のスケールは上流部の流速 $u_0 = 32 \text{ (m/s)}$ で無次元化している。図-1 より、せきより十分前方の部分 ($X=0 \sim 0.5$) では、流れはほぼ一定速度であるが、せきの部分に近づくにつれて流れは右上がりになり、せきの上で再び水平近くなり、せき後方では右下がりになっている。せきの前方の路床付近では、流速が小さくなり、流れがよどんでいるように思われる。また、せきの後方の路床付近でもよどんだ領域が広がるが、この部分で逆流が観察される。実際の流れとシミュレーションの結果の比較は今後の問題であるが、シミュレーションで得られた流れは現実の流れを十分模擬しているように思われる。

流速と水深の影響は Froude 数により表わされている。これにより、Froude 数をいろいろ変えたシミュレーションを行なう。図-2 の上図は、 Fr 数を、10 (Run.1), 20 (Run.3), 10 (Run.5) と変えたシミュレーションの結果における水深変化を示すものであり、下図は、Run.1 と Run.5 の流速分布の変化を示すものである。 Fr 数の値が小さくなる程、せきを過ぎる時の水深が大きくなることからわかる。これは、 Fr 数が小さい時には重力の効果が大きくなるので水深が増加すると考えられる。また、 Fr 数が小さい程速度の減少が著しい。

5 おわりに

SOLA 法によるシミュレーションでは定常解が得られ、せきを過ぎる射流の流速分布および流速の減衰の様子がわかった。本方法を適用すれば実際のダムの減勢池内における流れに近い値をシミュレートすることが可能になると思われる。しかし、今後の問題として次のようなことがあげられる。水面の不安定を防ぐために粘性項を大きくするので流速が鈍りやすく、また、水面が不連続になると解析ができない。以上の点を改善することにより、さらに良い結果が得られると思われる。

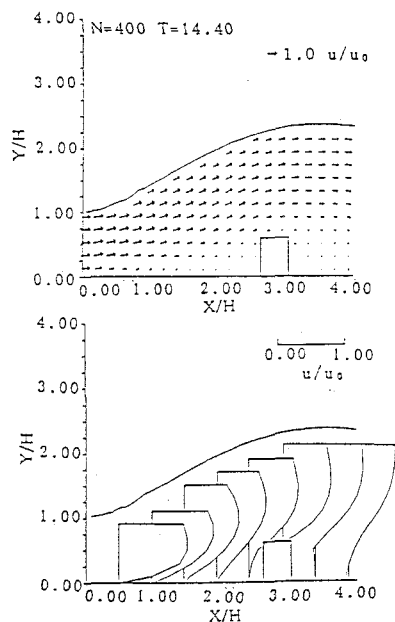


図-1 流況分布および流速分布

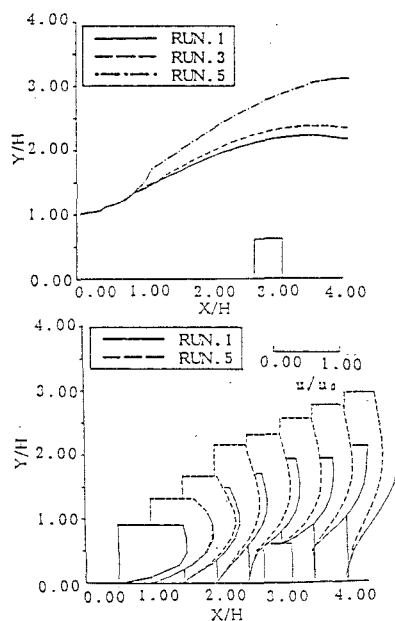


図-2 Froude数による水深変化および流速分布変化