道路ネットワーク整備水準の計量化に関する研究　―　フラクタル次元の応用

（株）日水コン　○正会員　田中成尚
鳥取大学工学部　正会員　岡田憲夫

1．はじめに　近年の道路網の形態と機能は複雑・多元化しているが、そのような道路網の整備水準を的確に計量指標化する方法の研究は必ずしも進んでいるとは言えない。このような視点から筆者らは道路ネットワークの接合構造および各区間道路が個別に有している機能特性（線的機能特性）に着目して、それらをあわせ考慮した場合の道路網整備水準の計量指標化の方法についていくつかの研究成果を発表してきた[1)]。本研究では視点を変えて道路網の形態学的な特性を『フラクタル次元』により計量化する方法について説明する。

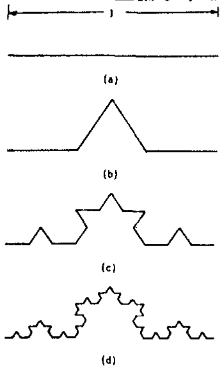

図1.コッホ曲線

2．フラクタル次元　フラクタル次元はB.Mandelbrotが提案したものであり、一見複雑に見える形態の中に埋め込まれた規則性(自己相似性)を定量的に把握するために、通常われわれが用いている整数次元を非整数の次元にまで拡張した次元である[2)]。図1はこの次元を説明するためによく用いられるコッホ曲線を示している。これは上の直線(a)(initiator)が下の曲線(b)(generator)に変り、さらに曲線の直線部分をinitiatorにみたてて同様な変換を無限に繰り返して生成される曲線である。ところで、通常の整数次元は次のように考えることができる。ある曲線を長さrの線分（スケール）で測ったとき全体の長さがLであったならば$L \cdot r^1 = C$（一定）という関係が成立する。面積の場合も同様に一辺の長さがrの正方形で測ったときの面積をSとすると$S \cdot r^2 = C$（一定）という関係が成立する。つまりスケールrの乗数が対象とする図形の次元を表すことになる。一般的にd次元体積に対しては$V \cdot r^d = C$（一定）という関係が成立する。これを上述したコッホ曲線に適用する。まず長さ（スケール）１で測った場合、細かく折れ曲がった部分は粗視化され全体の長さは１となる。スケール1/3で測った場合、全体の長さは4となる。スケール$r=(1/3)^n$で測った場合の全体の長さ$N(r)$は4^nになる。これを上述した次元とスケールの関係に代入すると$D=\log 4/\log 3=1.2618$となる。つまりコッホ曲線は線（１次元）と面（２次元）の間の中間の次元を有していると解釈できる。この考え方を拡張してフラクタル次元を次のように定義する。スケールrで近似した場合の体積を$N(r)$とし、rを色々変えたときに次の関係が成り立てばその図形はD次元であるといえる。

$$N(r) \cdot r^D = C \qquad \text{(CはD次元測度で一定値)} \qquad (1)$$

3．フラクタル次元の拡張　式（１）が成立する図形として河川、雲の形等のように自然発生的に変化・成長してできた図形が挙げられる[2)]。しかし実際の道路網では自然発生的なものとそうでないものが混在しており、式（１）が対象道路網全体に成立するのは非常に特殊な場合に限られると考えられる。すなわち式（１）で規定される特徴が部分的に成立しても、必ずしも全体では成り立たないような形態をも特徴づけられるようにフラクタル次元を拡張する。例えば格子状の図形を考えよう。これを非常に遠くから眺めたならば線と線との間の隙間は見えなくてほぼ面（２次元）としてとらえられるが、近づいて見たならば格子を構成する線がはっきりと確認できて線（１次元）としてみなせる。つまり対象とする形態が何次元的に見えるかということはそれを見るスケールに依存すると考えたほうが自然であろう。そこでフラクタル次元をスケールの関数と考え、微分(フラクタル)次元を次のように定義する[3)]。

$$D(r) = -d\log N(r) / d\log r \qquad (2)$$

この拡張されたフラクタル次元を用いることにより、もともと線（１次元）から構成される道路網全体が

あるスケールでみた場合、どの程度面（２次元）的に近いかを計量化できよう。

４．<u>微分（フラクタル）次元の基本特性</u>　基本的な道路網として一辺の長さがL、格子間隔がmの格子状の道路網を考える。図２は(a)L=10km,m=20と(b)L=10km,m=100の場合についてスケールと微分（フラクタル）次元の関係を示したものである。これよりどちらの道路網も大きなスケールでみれば面（２次元）的に整備されているが小さなスケールでみた場合には線（１次元）的であることがわかる。つまり格子状の道路網とは線（１次元）の道路が多数集まって面（２次元）的に整備されている道路網であることが計量的に示される。また小さなスケールでみた場合両者の間に差が生じている。これより小さなスケールをあてはめた場合(b)の道路網のほうが(a)よりも面（２次元）的に整備されていることがわかる。図３及び図４はシミュレーション・モデルを用いて道路網の発達過程がフラクタルであるような道路網をコンピュータで発生させたもので、その総延長はどちらもほとんど同じである。図５はこれらの道路網についてスケールと微分(ﾌﾗｸﾀﾙ)次元の関係を示したものである。両者を比較すると図３の道路網は大きいスケールでみれば次元が高く図４の道路網は小さなスケールでみれば次元が高いことがわかる。つまり前者は幹線となる道路が面的に整備されているが、それを補助するフィーダー的な道路が未整備であり、また後者は幹線となる道路の周辺にフィーダー的な道路が整備されているが、幹線となる道路が面的に整備されていないといえよう。また実用上よく用いられる（総延長距離／対象域の面積）という指標では前述した道路網の差異を示すことができない。このような場合、微分(ﾌﾗｸﾀﾙ)次元は対象とする道路網がどのスケールでどの程度面的に整備されているかを明示的に示すことができるので、その分上記の指標よりも優れているといえる。

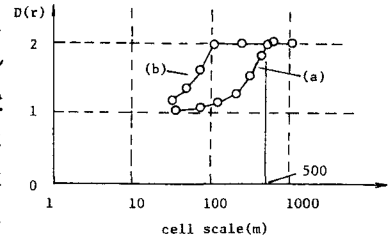

図２.格子状ﾈｯﾄﾜｰｸのD(r)-log r

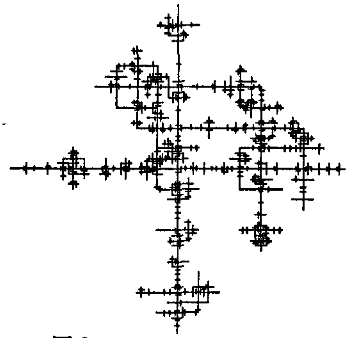

図３.ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ･ﾓﾃﾞﾙ

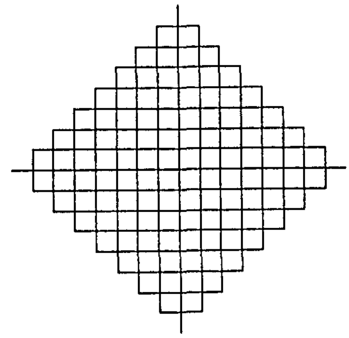

図４.ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ･ﾓﾃﾞﾙ

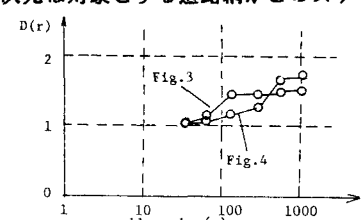

図５.D(r)-log r

５．<u>ケース・スタディ</u>　対象道路網として鳥取市内のすべての道路を取りあげた。この道路網の中から、市中心部とそれより少し南側の道路網の部分のみを取りあげて微分(ﾌﾗｸﾀﾙ)次元を測定し比較した。図６がその結果である。これより市中心部の道路網のほうがより面（２次元）的に整備されていることがわかる。またこのほかに鳥取県内の県道レベル以上の道路網すべてを対象として、任意の場所の道路網の微分(ﾌﾗｸﾀﾙ)次元を計算した。これより鳥取県内にある各市の道路網の微分(ﾌﾗｸﾀﾙ)次元はスケールが大きくなるとほぼ２に近づくことがわかった。その他詳細は講演時に言及する。

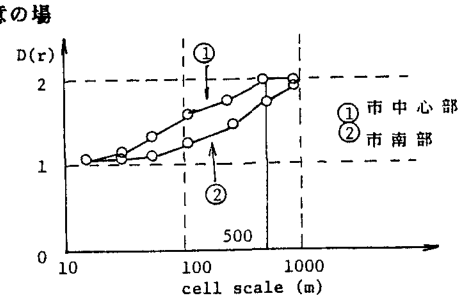

図６.D(r)-log r

参考文献

１）岡田憲夫・田中成尚,道路ネットワークの機能水準の計量指標化に関する研究,鳥取大学工学部研究報告,昭和６１年.
２）B.ﾏﾝﾃﾞﾙﾌﾞﾛ,フラクタル幾何学,日経ｻｲｴﾝｽ社,昭和６０年.
３）高安秀樹,フラクタル,浅倉書店,昭和６１年.