

不飽和土のサクションに等価な有効拘束圧の簡便評価法(スプライン関数の応用)

徳島大学 工学部	正	山上 拓男
徳島大学 工学部	正	植田 康宏
徳島大学 大学院	学	○土田 章仁
中電技術コンサルタント		植松 俊一

1. まえがき : 河川堤防やフルタイアダムに典型例のみられる浸透水と土の相互作用場に対して、流れと応力・変形を同時に考慮した連続な非連成解析で対処せんとする研究が試みられている。その場合、自由水面より上方の不飽和域のサクションが土の力学特性に及ぼす影響はほとんど考慮されていないのが現状であろう。本研究の終局目的は近似的にせよサクションの及ぼす効果を取り込んだ浸透下の応力・変形解析法を構築せんとするところにある。その第一歩として筆者らは、非線形弾性解析への導入を前提とした、主応力差(σ)-軸ひずみ(ε)曲線の双曲線表示を媒介とするサクションに等価な有効拘束圧(Δp)の近似的評価法を提案した¹⁾。しかしながら、ひずみ硬化-軟化型の σ - ε 関係の場合には、双曲線表示は適用できない。そこで今回、この難点を解消するために新たにスプライン関数を媒介とした Δp の評価法を提案する。

2. サクションに等価な有効拘束圧(Δp)の評価へのスプライン関数の応用 : はじめに筆者らが提案する通常の三軸圧縮試験に基づいた Δp 評価法の基本概念を要約すると、“注目している不飽和供試体の σ - ε 曲線に最もよく Δp を比する曲線を、種々の拘束圧(p)を用いて三軸圧縮試験を行、た結果の飽和供試体の σ - ε 曲線群の中から選出、そのときの p の差を求めるとこれが Δp である”とするものであった。詳細については文献1)を参照されたい。ところで、注目している不飽和供試体の σ - ε 曲線に最もよく Δp を比する曲線を飽和供試体の σ - ε 曲線群の中から選出する過程において、任意の p に σ - ε 曲線の形状が一般表示されていなければならない。飽和供試体の σ - ε 曲線群は、 σ - ε 座標系に、さらに p を1つの座標軸として加え3次元的に表わすことができる。図-1にこれを示す。この図-1の曲線群を p をパラメータとして一般表示することは、この曲線群を用いてなめらかな曲面をつくることと等価である。本研究ではこの曲面をつくるために双3次スプライン^{2),3),4)}を採用した。このようにすれば、数種の p で得られた曲線から、任意の p に σ - ε 曲線を推定することができ、結局サクションの定量的評価が可能となる。図-2に飽和供試体の σ - ε - p 関係を双3次スプラインで表わした曲面と、注目している拘束圧 p_{unsat} の不飽和供試体の σ - ε 関係を3次スプラインで表わした曲線(図中一点鎖線)を模式的に示す。いま、図-2中に示す1つの矩形領域 $R_k[E_{j-1}, E_j] \times [P_{i-1}, P_i]$ について考える。 R_k 上の飽和供試体の σ - ε - p 関係を表わす双3次スプラインを $\sigma_{sat,k}(\bar{p}, \bar{\varepsilon})$ で、また区間 $[E_{j-1}, E_j]$ における不飽和供試体の σ - ε 関係を表わす3次スプラインを $\sigma_{unsat,k}(\bar{\varepsilon})$ と書くことにする。 $\sigma_{sat,k}(\bar{p}, \bar{\varepsilon})$ は、 R_k の4コーナーでの σ , σ_p , σ_ε , σ_{pe} を用いて式(1)のように書くことができる。ここに、 σ_p , σ_ε および σ_{pe} はそれぞれ p , ε および p と ε に関する R_k のコーナー上での曲面の微分値を意味し、添字1, 2, 3, 4はそれぞれ R_k の4コーナー1, 2, 3, 4に対応する(図-2参照)。 σ_p , σ_ε および σ_{pe} の求め方については文献2), 3), 4)を参照されたい。また、 $\sigma_{unsat,k}(\bar{\varepsilon})$ は式(2)のように書くことができる。ここに、 $\sigma_{E_{j-1}, unsat}$, $\sigma_{E_j, unsat}$ はそれぞれ E_{j-1} , E_j での曲線の ε に関する微分値を、 $\sigma_{j-1, unsat}$, $\sigma_{j, unsat}$ はそれぞれ E_{j-1} , E_j での σ の値を意味する。式(1), (2)中の添字 $sat, unsat$ はそれぞれ飽和供試体、不飽

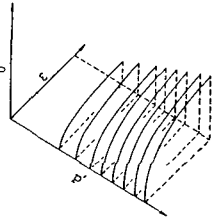


図-1 3次元空間における σ - ε 曲線群

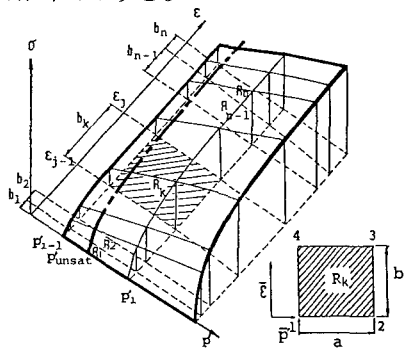


図-2 飽和供試体の双3次スプラインと不飽和供試体の3次スプライン

知供試体を、添字 R は R 番目の矩形領域を意味する。図-2の $\sigma_{sat,R}(\bar{p};\bar{\epsilon})$ を任意の $\bar{p} = \text{一定}$ の平面で切るとその切り口は曲線になる。こうして得られるいくつかの曲線を $\sigma - \epsilon$ 平面に投影すれば $\bar{p}$ をパラメータとした曲線群が得られる。図-3に、この曲線群の中の任意の曲線を実線で、また $\sigma_{unsat,R}(\bar{\epsilon})$ を一点鎖線で示す。ところで、図-3の2曲線が最もよく一致するときの $\bar{p}$ は、式(1)と(2)の差の2乗を $[0, b_R]$ の範囲で積分した

$$\int_0^{b_R} \{ \sigma_{sat,R}(\bar{p};\bar{\epsilon}) - \sigma_{unsat,R}(\bar{\epsilon}) \}^2 d\bar{\epsilon} \dots (3)$$
を最小にする値をとると考えられる。さらにこの操作を図-2に示す n 個の矩形領域について行うと、それらの積分値の総和は、

$$\sum_{R=1}^n \int_0^{b_R} \{ \sigma_{sat,R}(\bar{p};\bar{\epsilon}) - \sigma_{unsat,R}(\bar{\epsilon}) \}^2 d\bar{\epsilon} \dots (4)$$
と書くことができる。この式(4)を最小にするような $\bar{p}$ を求めることは、飽知供試体の $\sigma - \epsilon$ 曲線群の中から不飽知供試体の $\sigma - \epsilon$ 曲線に最もよく fit する曲線を選び出すことと等価である。このとき、選出された飽知供試体の $\sigma - \epsilon$ 曲線の拘束圧は、 $\bar{p}_{sat} = \bar{p}_{i-1} + \bar{p} \dots (5)$ で与えられる。したがって、求める $\Delta p'$ は $\bar{p}_{sat}$ から不飽知供試体の拘束圧を減した $\Delta p' = \bar{p}_{sat} - \bar{p}_{unsat} \dots (6)$

3. 適用例：今回、供試体試料として豊浦標準砂と香川県の新高松空港建設用地で採取した不かく乱まき土を用いた。そして、すべての供試体に対して三軸圧縮排水排気試験を行った。このときの、それぞれの供試体の飽和度、側圧を表-1に示す。次に、表-2に示す諸数値と実験データを用いて、式(4)~(6)から $\Delta p'$ の評価を行った。なお、表-2中の n, b_R などは、図-2中のそれらに対応している。ここで、式(4)の積分値を求めるためにカウスの求積法(4点積分)を、また式(4)を最小にする $\bar{p}$ を探索するために黄金分割法⁵⁾を用いた。これらの結果を表-3に示す。評価された $\Delta p'$ の値はそれ程かけ離れた数値でもないと考えている。また、一例として図-4に、注目している不飽知まき土($S_r = 51.1\%$, 側圧 0.547 kgf/cm^2)の $\sigma - \epsilon$ 曲線を実線で、これに最もよく fit する飽知まき土の $\sigma - \epsilon$ 曲線群の中から選出された曲線を破線で示す。この図より両曲線はよく一致していることがわかる。他の不飽知供試体についても同様の結果を得た。

4. あとがき：今回用いたまき土は、必ずみ硬化-軟化型の $\sigma - \epsilon$ 関係をもつ試料であったが、スプライン関数を用いることにより、このまき土に対する $\Delta p'$ の評価が可能となった。現在、スプライン関数を用いることによって、任意の飽和度における任意の $\bar{p}$ に対する $\Delta p'$ を推定する手法を検討中である。

表-1 三軸圧縮試験時の飽和度と側圧

	飽和度 Sr (%)	側圧 $\bar{p}$ (kgf/cm ²)
豊浦標準砂	100.0	0.313
		0.513
		0.713
	76.5	0.313
	74.4	0.513
まき土		0.316
		0.547
		0.779
	54.9	0.316
	51.1	0.547

$$\sigma_{sat,R}(\bar{p};\bar{\epsilon}) = N_{p1}N_{e1}\sigma_1 + N_{p2}N_{e2}\sigma_2 + N_{p3}N_{e3}\sigma_3 + N_{p4}N_{e4}\sigma_4 + N_{p5}N_{e5}\sigma_5 + N_{p6}N_{e6}\sigma_6 + N_{p7}N_{e7}\sigma_7 + N_{p8}N_{e8}\sigma_8 + N_{p9}N_{e9}\sigma_9 + N_{p10}N_{e10}\sigma_{10} + N_{p11}N_{e11}\sigma_{11} + N_{p12}N_{e12}\sigma_{12} + N_{p13}N_{e13}\sigma_{13} + N_{p14}N_{e14}\sigma_{14} + N_{p15}N_{e15}\sigma_{15} + N_{p16}N_{e16}\sigma_{16} + N_{p17}N_{e17}\sigma_{17} + N_{p18}N_{e18}\sigma_{18} + N_{p19}N_{e19}\sigma_{19} + N_{p20}N_{e20}\sigma_{20} + N_{p21}N_{e21}\sigma_{21} + N_{p22}N_{e22}\sigma_{22} + N_{p23}N_{e23}\sigma_{23} + N_{p24}N_{e24}\sigma_{24} + N_{p25}N_{e25}\sigma_{25} + N_{p26}N_{e26}\sigma_{26} + N_{p27}N_{e27}\sigma_{27} + N_{p28}N_{e28}\sigma_{28} + N_{p29}N_{e29}\sigma_{29} + N_{p30}N_{e30}\sigma_{30} + N_{p31}N_{e31}\sigma_{31} + N_{p32}N_{e32}\sigma_{32} + N_{p33}N_{e33}\sigma_{33} + N_{p34}N_{e34}\sigma_{34} + N_{p35}N_{e35}\sigma_{35} + N_{p36}N_{e36}\sigma_{36} + N_{p37}N_{e37}\sigma_{37} + N_{p38}N_{e38}\sigma_{38} + N_{p39}N_{e39}\sigma_{39} + N_{p40}N_{e40}\sigma_{40} + N_{p41}N_{e41}\sigma_{41} + N_{p42}N_{e42}\sigma_{42} + N_{p43}N_{e43}\sigma_{43} + N_{p44}N_{e44}\sigma_{44} + N_{p45}N_{e45}\sigma_{45} + N_{p46}N_{e46}\sigma_{46} + N_{p47}N_{e47}\sigma_{47} + N_{p48}N_{e48}\sigma_{48} + N_{p49}N_{e49}\sigma_{49} + N_{p50}N_{e50}\sigma_{50} + N_{p51}N_{e51}\sigma_{51} + N_{p52}N_{e52}\sigma_{52} + N_{p53}N_{e53}\sigma_{53} + N_{p54}N_{e54}\sigma_{54} + N_{p55}N_{e55}\sigma_{55} + N_{p56}N_{e56}\sigma_{56} + N_{p57}N_{e57}\sigma_{57} + N_{p58}N_{e58}\sigma_{58} + N_{p59}N_{e59}\sigma_{59} + N_{p60}N_{e60}\sigma_{60} + N_{p61}N_{e61}\sigma_{61} + N_{p62}N_{e62}\sigma_{62} + N_{p63}N_{e63}\sigma_{63} + N_{p64}N_{e64}\sigma_{64} + N_{p65}N_{e65}\sigma_{65} + N_{p66}N_{e66}\sigma_{66} + N_{p67}N_{e67}\sigma_{67} + N_{p68}N_{e68}\sigma_{68} + N_{p69}N_{e69}\sigma_{69} + N_{p70}N_{e70}\sigma_{70} + N_{p71}N_{e71}\sigma_{71} + N_{p72}N_{e72}\sigma_{72} + N_{p73}N_{e73}\sigma_{73} + N_{p74}N_{e74}\sigma_{74} + N_{p75}N_{e75}\sigma_{75} + N_{p76}N_{e76}\sigma_{76} + N_{p77}N_{e77}\sigma_{77} + N_{p78}N_{e78}\sigma_{78} + N_{p79}N_{e79}\sigma_{79} + N_{p80}N_{e80}\sigma_{80} + N_{p81}N_{e81}\sigma_{81} + N_{p82}N_{e82}\sigma_{82} + N_{p83}N_{e83}\sigma_{83} + N_{p84}N_{e84}\sigma_{84} + N_{p85}N_{e85}\sigma_{85} + N_{p86}N_{e86}\sigma_{86} + N_{p87}N_{e87}\sigma_{87} + N_{p88}N_{e88}\sigma_{88} + N_{p89}N_{e89}\sigma_{89} + N_{p90}N_{e90}\sigma_{90} + N_{p91}N_{e91}\sigma_{91} + N_{p92}N_{e92}\sigma_{92} + N_{p93}N_{e93}\sigma_{93} + N_{p94}N_{e94}\sigma_{94} + N_{p95}N_{e95}\sigma_{95} + N_{p96}N_{e96}\sigma_{96} + N_{p97}N_{e97}\sigma_{97} + N_{p98}N_{e98}\sigma_{98} + N_{p99}N_{e99}\sigma_{99} + N_{p100}N_{e100}\sigma_{100}$$

$$N_{p1} = 1 - 3S^2 + 2S^3; N_{e1} = 1 - 3t^2 + 2t^3; N_{p2} = S^2(3 - 2S); N_{e2} = t^2(3 - 2t); N_{p3} = 2S(1 - S)^2; N_{e3} = 6t(1 - t)^2; N_{p4} = 2S^2(5 - 1); N_{e4} = 6t^2(2 - 1)$$

$$S = \bar{p}/a \quad (0 \leq S \leq 1); t = \bar{\epsilon}/b \quad (0 \leq t \leq 1)$$

a, b は 図-2参照
 $\bar{p}; \bar{\epsilon}$: 矩形領域 R の局所座標 (図-2参照)

$$\sigma_{unsat,R}(\bar{\epsilon}) = \sigma_{e,j-1,unsat} \{ (b_R - \bar{\epsilon})^2 / b_R^2 \} / b_R - \sigma_{e,j,unsat} \{ \bar{\epsilon} (b_R - \bar{\epsilon})^2 / b_R^2 \} / b_R + \sigma_{j,unsat} \{ (b_R - \bar{\epsilon})^2 (2\bar{\epsilon} + b_R) / b_R^2 \} / b_R + \sigma_{j,unsat} \{ \bar{\epsilon}^2 (3b_R - \bar{\epsilon}) / b_R^2 \} \dots (2)$$

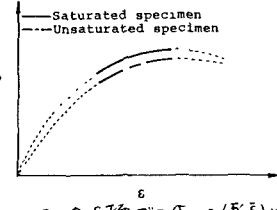


図-3 $\sigma - \epsilon$ 平面での $\sigma_{sat,R}(\bar{p};\bar{\epsilon})$ と $\sigma_{unsat,R}(\bar{\epsilon})$ となる。

表-1 三軸圧縮試験時の飽和度と側圧

	飽和度 Sr (%)	側圧 $\bar{p}$ (kgf/cm ²)
豊浦標準砂	100.0	0.313
		0.513
		0.713
	76.5	0.313
	74.4	0.513
まき土		0.316
		0.547
		0.779
	54.9	0.316
	51.1	0.547

表-2 解析に用いた図-2中の諸数値

	n	b_R (%)	$\bar{p}_{sat}$ (kgf/cm ²)	$\bar{p}_{i-1}$ (kgf/cm ²)	$\bar{p}_i$ (kgf/cm ²)
豊浦標準砂	9	1.0	0.313	0.313	0.513
			0.513	0.513	0.713
まき土	10	0.5 (k=1,2) 1.0 $\alpha=3, 4, \dots, 10$	0.316	0.316	0.547
			0.547	0.547	0.779

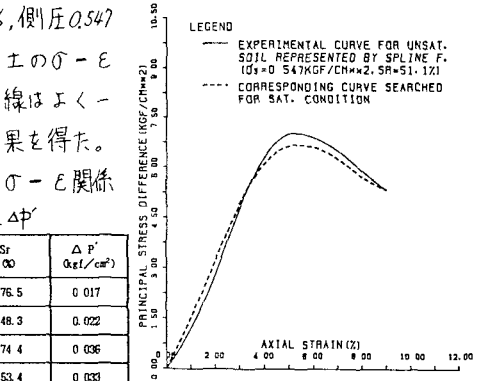


図-4 注目している不飽知まき土の曲線と選出された曲線

表-3 評価された $\Delta p'$

	$\bar{p}_{sat}$ (kgf/cm ²)	Sr (%)	$\Delta p'$ (kgf/cm ²)
豊浦標準砂	0.313	76.5	0.017
		48.3	0.022
	0.513	74.4	0.036
		53.4	0.033
まき土	0.316	54.9	0.133
	0.547	51.1	0.217

【参考文献】1)山田上：第38回中四土木学会, pp.251-252, 昭和61年。2)C.S.Desai: Closure-Nonlinear Analyses~, ASCE SM9, pp.967-971, 1972。3)市田ら：スプライン関数とその応用, 教育出版, 1984。4)桜井：スプライン関数入門, 東京電機大学出版, 昭和60年。5)Smith A.A. et al.: Civil Engineering System Analysis and Design, John Wiley & Sons, 1983。