

流れおよび水深変化に伴う有限振幅波の屈折について

愛媛大学工学部 正員 山口 正 隆
富士通エフ・アイ・ピー(株) 川 原 博 満

1. はじめに：著者らはクノイド波理論およびStokes波理論により波特性を表示した海浜流の数値モデルを提案してきたが、このモデルの中で波浪変形モデルとして流れおよび海底地形による有限振幅波の屈折変形が波数成分方程式およびエネルギー平衡方程式に基づいて定式化されていた。一方、Stiassnieらは波数、質量、運動量およびエネルギーの保存則からwave actionの保存則とこれが成立するための拘束条件を導いている。これらの式によれば、単純な条件のもとでの流れおよび海底地形による有限振幅波の屈折変形に対する理論解を得ることができ、Peregrineらは平行等深線地形上での屈折変形の計算を行っているが、流れの影響を考慮していない。そこで、本研究では水深変化のみならず流れによる有限振幅波の屈折変形の理論解析を平行等深線地形に対して行う。

2. 基礎方程式：一般に、この種の波浪変形問題における未知数は k_x , k_y , H , U , V および η , であり、これらは波数の保存則、波数の非回転条件、エネルギー保存則、連続方程式および運動量方程式の6つにより支配されるが、流れが存在する場合には、エネルギー保存則のかわりに波数の保存則、エネルギー保存則および連続方程式から導かれるwave actionの保存則を使う方が便利である。いま、定常($\partial/\partial t=0$)で一次元的な変化($\partial/\partial y=0$)を考えると、運動量方程式を除く保存則は、

$$\omega n + k \cos \theta U + k \sin \theta V = \text{const} \quad (1)$$

$$k \sin \theta = \text{const} \quad (2)$$

$$UI/k + (3E_k - 2E_p + \frac{1}{2} \rho D \bar{u}_0^2) \cos \theta = \text{const} \quad (3)$$

$$PDU + I \cos \theta = \text{const} (=0) \quad (4)$$

になることがStiassnieらの式(1979)から導かれる。ただし、式(3)の誘導において式(4)の成立および第1定義に基づく波動理論が前提となる。ここに、 ω_n : 相対角振動数、 k : 波数、 θ : 波向、 U, V : 流れ成分、 I : 質量フラックス、 E_k : 運動エネルギー、 E_p : ポテンシャルエネルギー、 $\bar{u}_0^2$: 底面水平水粒子速度の自乗時間平均値、 D : set-upを含む実水深、である。流れ V およびset-up η を考慮する場合にはこのほか運動量方程式あるいはこれと等価な支配方程式が必要であるが、これを含めると、1次元問題であっても解析解を求めることが困難になるので、本研究では波浪変形に及ぼす V および η の影響を無視できると仮定する。さて、式(3)において、第1定義に基づく波動理論の場合に厳密に成立する関係式、

$$2Ek = IC \quad (5)$$

$$F \cos \theta = (3E_k - 2E_p + \frac{1}{2} \rho D \bar{u}_0^2) \cos \theta + \frac{1}{2} I \bar{u}_0^2 \cos \theta \quad (6)$$

および式(4)からの $U = -2(E_k/PDC) \cos \theta$ を考慮すれば、式(3)は次式に変形される。

$$(1/\omega_n) \{ F - (E_k/C) \bar{u}_0^2 - 4E_k^2/PDC \} \cos \theta = \text{const} \quad (7)$$

ここに、 C は波速である。また、式(1)~(3)および(6)の const と流れが存在しない深海域での値としたのち、水深 D を用いて無次元表示すれば、式(7)は式(1)を使用して次式になる。

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_n} \right) \left\{ \frac{F}{\rho g D^2 \sqrt{gD}} - \frac{E_k}{\rho g D^2} \frac{1}{C \sqrt{gD}} \frac{\bar{u}_0^2}{gD} - 4 \left(\frac{E_k}{\rho g D^2} \right)^2 \frac{1}{C \sqrt{gD}} \right\} \cos \theta = \frac{F_0}{\rho g D^2 \sqrt{gD}} \cos \theta_0 \quad (8)$$

$$\frac{\omega_0}{\omega_n} = 1 - 2 \frac{E_k}{\rho g D^2} \frac{1}{C \sqrt{gD}} \cos^2 \theta + \frac{V}{\sqrt{gD}} \frac{1}{C \sqrt{gD}} \frac{k_0 D \sin \theta_0}{k D} \quad (9)$$

一方、式(1)は $\omega_0 = k_0 C_0$, $\omega_n = k C$ を考慮すれば、次式になる。

$$k D \frac{C}{\sqrt{gD}} - 2k D \frac{E_k}{\rho g D^2} \frac{1}{C \sqrt{gD}} \left\{ 1 - \left(\frac{k_0 D \sin \theta_0}{k D} \right)^2 \right\} + \frac{V}{\sqrt{gD}} k_0 D \sin \theta_0 = k_0 D \frac{C_0}{\sqrt{gD}} \quad (10)$$

したがって、波特性や積分特性量に適当な有限振幅波理論による結果を用いるとともに、沖波条件、水深、流れおよび波向(H_0/L_0 , D/L_0 , $V/\sqrt{gD}$, θ_0)を与えて、式(8)~(10)を解けば、水深変化および流れによる任意点での

有限振幅波の屈折変形が計算できることになる。

3. 計算結果および考察: ここでは、有限振幅波理論として Stokes 波の第 4 次近似解およびクノイド波の第 2 次近似解を用い、深海波は Stokes 波理論により表示されるものと仮定する。Stokes 波理論では展開パラメータの ϵ まで考慮されるから、式(8)～(10)の全部の項が含まれるが、クノイド波理論では ϵ が用いられるので、式(8)の左辺第 2 および第 3 項が無視される。また、従来の有限振幅波論による shoaling の解析では沖波波形勾配や無次元水深を表現するために、Stokes 波の沖波波長が用いられてきたが、これでは実用上不便であるので、本研究では微小振幅波理論による沖波波長で除した $H_0/L_0\alpha$ および $D/L_0\alpha$ を採用する。図-1 は入射角 $\theta_0=30^\circ$ の場合の波高、波長および波向の $D/L_0\alpha$ による変化と $H_0/L_0\alpha$ をパラメータとして示したものであり、計算は Rankine-Stokes の破波条件が近似的に満たされる $D/L_0\alpha$ で打ち切られている。これらの図によると、いずれの理論によっても波高増大率は同一の $D/L_0\alpha$ に対し $H_0/L_0\alpha$ が大きいほど大きい。Stokes 波理論の場合にはその絶対値はそれほど増大しない。しかし、クノイド波理論の場合には増大率は非常に大きい。また、波長の減少量は $H_0/L_0\alpha$ が大きいほど小さくなっている。そしてこれらの特性は $\theta=0^\circ$ に対応する shoaling 計算のそれと同様である。さらに、Stokes 波理論による波向は $D/L_0\alpha > 0.12$ では $H_0/L_0\alpha$ が大きいほど小さく、 $D/L_0\alpha < 0.12$ ではクノイド波理論と同様に $H_0/L_0\alpha$ が大きいほど大きい。つまり、これは波が深海領域では $H_0/L_0\alpha$ が大きいほど屈折しやすく、逆に浅海領域では屈折しにくいことを意味する。つぎに、

$V/C_0 = 0.2 \exp(-6D/L_0\alpha)$ という沿岸流に相当する流れが存在する場合の図-1 と同じ条件に対する計算結果を示したのが図-2 である。この場合、流れは順流として作用するので、流れが存在しない場合に比べて波高増大率、波長減少率が小さくなる。つまり、順流の影響により波高の増大、波長の減少および波の屈折傾向が抑制される。また、流れが逆流として作用する場合には逆の結果が得られる。

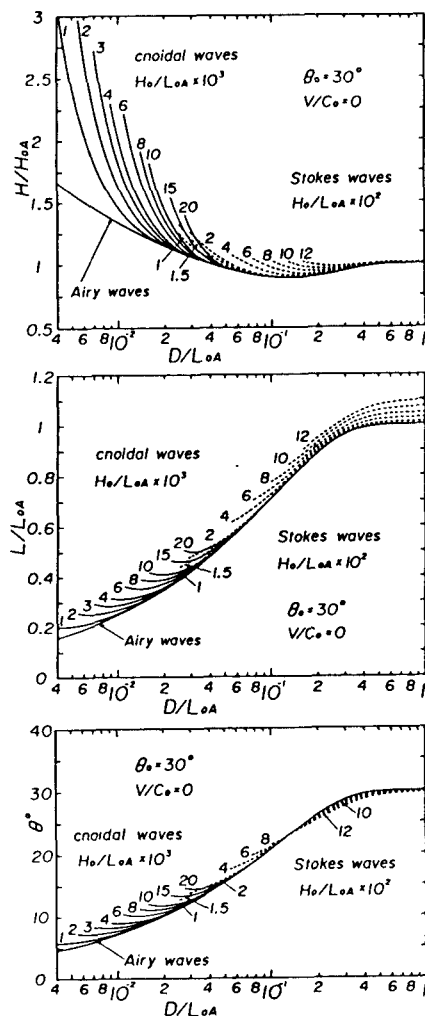


図-1 波浪変形 (流れなし)

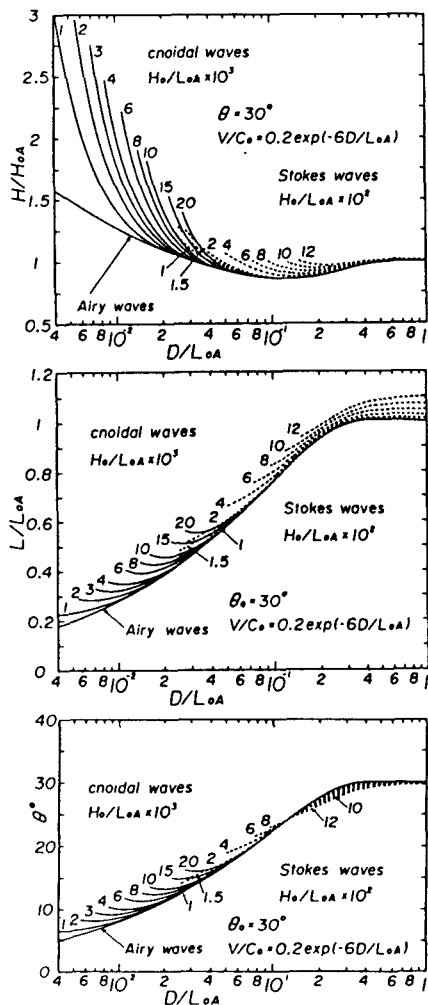


図-2 波浪変形 (流れあり)