

蛍光砂の拡散に関する数値シミュレーション

鳥取大学工学部 正員 野田 英明

(株) 飛島建設 正員 ○小林 幹和

1. 緒言

現地海浜では漂砂の動態を調べるためにしばしば蛍光砂調査が行われる。しかし、これまでのコア・サンプラーによる採砂法ではサンプリングと解析に多大な労力と時間を要してきた。著者らはこの欠点を補うために海底表面を写真撮影することで、その作業ならびに解析効率を大幅に向上させる調査法を開発したが、その方法でもなお、時間的に連続なデータを得ることは難しい。そこで、それらを補うために蛍光砂拡散の数値シミュレーション法を開発した。

2. 蛍光砂拡散に関する数値モデル

いま、図-1に示すように汀線にはば平行にx軸、それと直角方向にy軸をとり、海底表面での蛍光砂濃度をc、xおよびy軸方向における蛍光砂の平均移動速度をそれぞれu及びv、蛍光砂の拡散係数をK_xおよびK_yとし、さらに、底質の混合深さを考慮して蛍光砂の単位時間当たりに潜り込む量が蛍光砂濃度cに比例すると仮定して、その比例定数λを表面蛍光砂減少率と名づけて導入すると、蛍光砂拡散に関する基礎方程式は次のようになる。

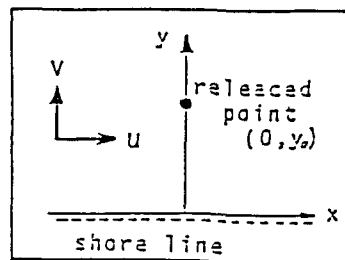


図-1 基礎式説明図

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = K_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - \lambda c \quad (1)$$

上式を無次元化するために、以下の変数を導入する。

$$X = x/L, Y = y/L, \tau = t/T, \beta = c/c_0, U = uT/L, V = vT/L, k_x = K_x T/L^2, k_y = K_y T/L^2$$

ここに、Lは代表的長さ、Tは代表的時間、tは経過時間、c₀およびcは初期濃度ならびに真の濃度である。最終的に、拡散方程式は、以下のようにになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \eta}{\partial X} + V \frac{\partial \eta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(k_x \frac{\partial \eta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k_y \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right) \quad (2)$$

$$\beta = \eta \cdot \exp(-\lambda t)$$

これを非定常としてS.O.R.法で差分すると

$$\eta^{(m+1)}(i, j, n+1) = (\omega/A) \{ \eta(i, j, n) - B \eta^{(m)}(i+1, j, n+1) - C \eta^{(m)}(i-1, j, n+1) \\ - D \eta^{(m)}(i, j, n+1) - E \eta^{(m)}(i, j-1, n+1) \} + (1-\omega) \eta^{(m)}(i, j, n+1)$$

ここに

$$A = 1 + (\Delta \tau / \Delta s) \{ (1-k_1)U(i+1, j, n+1) - (1+k_2)U(i, j, n+1) + (1+k_3)V(i, j, n+1) - (1-k_4)V(i, j-1, n+1) \} \\ + (\Delta \tau / \Delta s^2) \{ k_x(i+1, j, n+1) + k_x(i, j, n+1) + k_y(i, j, n+1) + k_y(i, j-1, n+1) \}$$

$$B = (\Delta \tau / \Delta s) P_1 U(i+1, j, n+1) - (\Delta \tau / \Delta s^2) k_x(i+1, j, n+1)$$

$$C = -(\Delta \tau / \Delta s) (-P_2) U(i+1, j, n+1) - (\Delta \tau / \Delta s^2) k_x(i, j, n+1)$$

$$D = (\Delta \tau / \Delta s) (-P_3) V(i, j, n+1) - (\Delta \tau / \Delta s^2) k_y(i, j, n+1)$$

$$E = -(\Delta \tau / \Delta s) P_4 V(i, j-1, n+1) - (\Delta \tau / \Delta s^2) k_y(i, j-1, n+1)$$

ただし,

$$P_1 = \begin{cases} 0 & U(i+1, j) > 0 \\ 1 & < 0 \end{cases} \quad P_2 = \begin{cases} -1 & U(i, j) > 0 \\ 0 & < 0 \end{cases} \quad P_3 = \begin{cases} 0 & V(i, j) > 0 \\ -1 & < 0 \end{cases} \quad P_4 = \begin{cases} 1 & V(i, j-1) > 0 \\ 0 & < 0 \end{cases}$$

であり, ω は緩和係数である。

よって解析対象領域内の各点の濃度は $c(i, j, n) = \eta(i, j, n) \cdot \exp(-\lambda t) \cdot c_0$ で与えられる。

濃度分布に移動速度を与えると, あたかも拡散係数を大きくあるいは小さくしたのと同じ様な計算誤差として表れる。この誤差を拡散係数の形で表したものを疑似拡散係数(D_N)といい, $D_{NX} = (U \Delta s / 2) (1 + U \Delta \tau / \Delta s)$ で表され(Prych¹⁾, D_{NX} を与えられた拡散係数 D_{GX} から差し引いたものを新しい拡散係数 k_x として計算した。また移動速度に負の値を与えると差分の位置がかわるSwitching Operationを施した。(堀口²⁾) さらに, 物質総量を保つためにSmoothing-Operationも実施した(堀口³⁾)。境界条件はノイマン境界として差分化した。

3. 各種係数の推定法 1回目の観測時の蛍光砂分布の重心位置および分散をそれぞれ(x_1, y_1), および($\sigma_{x1}^2, \sigma_{y1}^2$)とし, 1+1回目の観測時の重心位置および分散をそれぞれ(x_{1+1}, y_{1+1})および($\sigma_{x1+1}^2, \sigma_{y1+1}^2$)とし, その観測期間を Δt とすると 蛍光砂平均移動速度は

$$u = (x_{1+1} - x_1) / \Delta t, \quad v = (y_{1+1} - y_1) / \Delta t$$

蛍光砂拡散係数は次のように表される。

$$K_x = (\sigma_{x1+1}^2 - \sigma_{x1}^2) / 2\Delta t, \quad K_y = (\sigma_{y1+1}^2 - \sigma_{y1}^2) / 2\Delta t$$

表面蛍光砂減少率 λ は表面蛍光砂総個数の時間的変化率とした。

4. 数値シミュレーション結果とその比較 数値計算のステップ幅は厳密解に一番よく一致した $\Delta \tau = 0.005$, $\Delta s = 0.5$ を使用した。図-2は投入60分後の表面蛍光砂の等個数線図である。図中の実線および破線はそれぞれ実測値および数値計算値であり, 数字は海底面 $1 \times 1 \text{inch}^2$ 内に存在していた蛍光砂数を表している。数値計算を連続投入として行った結果, 蛍光砂分布の非対称性を表現することができたが, 投入点(●印)より左側には蛍光砂は存在していない。その理由は明らかでない。各係数はそれぞれ $u = -30 \text{m/day}$, $v = 0 \text{m/day}$, $K_x = 600 \text{m/day}^2$, $K_y = 60 \text{m/day}^2$, $\lambda = 0.52/\text{day}$ とした。図-3は鳥取砂丘海岸での蛍光砂の等個数線図である図中の数字は海底表面 $20 \times 30 \text{cm}^2$ 内に存在していた蛍光砂数で, 実線および破線はそれぞれ図-2と同様であり, ◎印は投入点である。拡散係数は格測線から求め, 場所的に変化させている。この結果, 実測値に近い計算結果を得ることができた。

5. 結語

蛍光砂の移動拡散に関する数値シミュレーション法を確立し連続投入や非定常な領域においても適用できるようになった。今後, 現地観測データを増やし, 各種係数の推定精度についてさらに検討する必要がある。【参考文献】

- 1) Prych, E.A.; Numerical studies of unsteady dispersion in estuaries, SA5, Proc. of A.S.C.E., pp.959-967, Oct., 1969.
- 2) 堀口孝男; 拡散の数値解法における差分化について, 第20回海講演集, pp.203-207, 1973.
- 3) 堀口孝男; 汚染物質拡散の数値解法について, 第16回海講演集, pp.185-193, 1969.
- 4) Ingle, J.C.; The movement of beach sand, Elsevier Publishing Co., 221p., 1966.

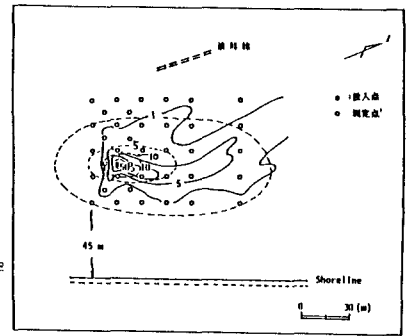


図-2 等個数線図 (Ingle⁴⁾より)

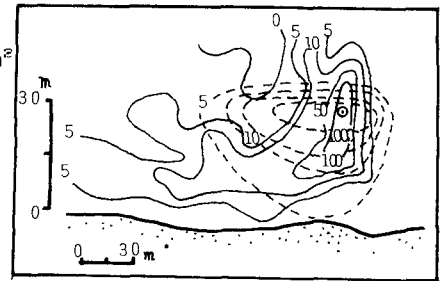


図-3 鳥取砂丘海岸における等個数線図