

## 斜め入射波を受ける透過性構造物まわりの波浪境界値問題に関する解析法

愛媛大学工学部 正員○ 中村 孝幸  
 (株)熊谷組 正員 森田 知志  
 愛媛大学大学院 学生員 小野 正順

1. まえがき：透過性防波堤に斜め入射波が作用する場合、堤体の透過率や反射率並びに作用波力は、従来よく研究されている直角入射を想定した場合の結果に比較してどの程度の大きさになるのかよく知られていない。ここでは堤体の透過率などに及ぼす波の入射角の効果を理論的に検討できるようにするため、無限長の任意断面物体に斜め入射波が作用する場合の波浪境界値問題の解析法について明らかにするものである。

2. 斜め入射波が作用する場合の波浪境界値問題：図-1に示すように一定水深 $h$ の流体場に無限長の任意断面の物体が固定されており、これに $x$ 軸と角度 $\theta$ をなして長峰性の波が入射する場合を考える。流体は、非圧縮性完全流体で速度ポテンシャルが定義できるものとする。このとき固定物体の存在によって生じる回折波の速度ポテンシャル $\Phi_D$ は、 $y$ 軸方向に物体形状が変化しないことから、式(1)のように表現できる。

$$\Phi_D(x, y, z) = \Lambda_D(x, z) \exp(iky) \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

ここに、 $k$ :進行波の波数、 $\omega$ :角振動数( $=2\pi/T$ ,  $T$ :波の周期、 $\Lambda_D$ : $x$ 軸上における回折波の速度ポテンシャルの振幅である。なお、ここでは微小振幅波理論が適用できるものとしてある。

式(1)を3次元のLaplaceの方程式に代入することにより $\Lambda_D$ の基礎方程式として式(2)が得られる。

$$\partial \Lambda_D^2 / \partial x^2 + \partial \Lambda_D^2 / \partial y^2 - \{k \sin(\theta)\}^2 \Lambda_D = 0 \quad (2)$$

そして各種の境界条件は、 $\Lambda_D$ で表すと次のようになる。

$$\partial \Lambda_D / \partial z|_{z=-h} = 0 \quad (\text{水底の条件}) \quad (3)$$

$$\partial \Lambda_D / \partial z - (\omega^2/g) \Lambda_D|_{z=0} = 0 \quad (\text{水表面の条件}) \quad (4)$$

$$\partial \Lambda_D / \partial x - (\pm i) \{k \cos(\theta)\} \Lambda_D|_{x \rightarrow \pm \infty} = 0 \quad (\text{遠方条件}) \quad (5)$$

$$\partial \Lambda_D / \partial n + \partial \Lambda_1 / \partial n|_{\text{on } S} = 0 \quad (\text{物体表面上の条件}) \quad (6)$$

ここに、 $g$ :重力加速度、 $\Lambda_1$ : $x$ 軸上における入射波の速度ポテンシャル $\Phi_1$ の振幅、 $S$ : $x-z$ 平面内における物体の断面曲線である。

3. Green関数 $G$ の誘導：図-1のような波動場のGreen関数 $G$ は、わき出しを基底関数とする場合、式(2)に類似した式(7)を解くことによって求められる。

$$\partial G^2 / \partial x^2 + \partial G^2 / \partial y^2 - \{k \sin(\theta)\}^2 G = \delta(x-X) \delta(z-Z) \quad (7)$$

ここに、 $\delta$ :Diracの $\delta$ 関数、 $(X, Z)$ :わき出しの位置である。

また $G$ が満足すべき境界条件は、式(3)～(5)において $\Lambda_D$ を $G$ で置き換えたものである。そして、詳細については省略するが、式(7)の基礎方程式をこれらの境界条件の下に解くと式(8)のように $G$ が求められる。

$$G(x, z; X, Z) = -[i(k^2 - k_0^2) / \{k_x \{ (k^2 - k_0^2) + k_0 \} \}] \cosh\{k(h+z)\} \cosh\{k(h+Z)\} \exp(ik_x|x-X|) \\ - \sum_n [(k_n^2 + k_0^2) / \{ \mu_n \{ (k_n^2 + k_0^2) - k_0 \} \}] \cos\{k_n(h+z)\} \cos\{k_n(h+Z)\} \exp(-\mu_n|x-X|) \quad (8)$$

ここに、 $k_0 = \omega^2/g$ 、 $k_x = k \cos(\theta)$ 、 $\mu_n = \sqrt{k_n^2 + \{k \sin(\theta)\}^2}$ 、 $k_n$ :減衰定常波の波数である。そして右辺第一項は進行波モードの成分を、第二項は減衰定常波モードの成分を表す。なおこの式は、 $\theta \rightarrow 0$ 、すなわち $k_x \rightarrow k$ 、 $\mu_n \rightarrow k_n$ とすれば、John<sup>1)</sup>による2次元波動場のGreen関数に一致することを付記しておく。したがって、式(8)のGreen関数は、直角入射の場合をも含むより一般的なものと言えよう。

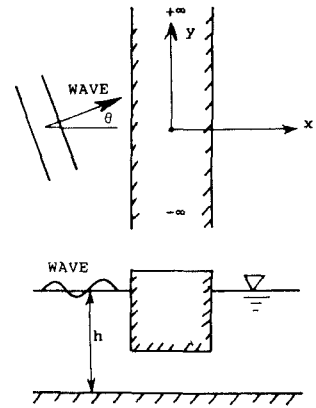


図-1 座標系および解析モデル

4. わき出し分布法に基づく $\Lambda_D$ の算定: わき出し分布法によれば、 $\Lambda_D$ は上記の3. で求めた $G$ を用いて式(9)のように与えられる。

$$\Lambda_D(x, z) = \int_S f(X, Z) G(x, z; X, Z) dS \quad (9)$$

ここに、 $(x, z)$ :  $\Lambda_D$ を求める位置の座標、 $(X, Z)$ : わき出しを置く物体の断面曲線 $S$ 上の位置の座標、 $f$ : わき出しの強さである。そしてこの $f$ は、物体表面上の境界条件を表す式(6)を用いて決定できる。

本研究では、任意断面の物体を解析の対象にできるようにするため、式(9)などに現れる $S$ にわたる積分は、 $S$ を有限個の微小線素分 $\Delta S_j$  ( $j=1 \sim J$ )に分割した後に中央点近似法を採用して実行している。このような手法を用いて式(9)を離散化した表示で表すと式(10)のようになる。

$$\Lambda_D(x_i, z_i) = \sum_{j=1}^J f(X_j, Z_j) \int_{\Delta S_j} G(x_i, z_i; X, Z) dS \quad (10)$$

また $f$ の決定方程式を同様な表示で示すと式(11)のようである。

$$\sum_{j=1}^J f(X_j, Z_j) \int_{\Delta S_j} \partial G(x_i, z_i; X, Z) / \partial n(x_i, z_i) dS = -\partial \Lambda_i(x_i, z_i) / \partial n(x_i, z_i) \quad (i=1 \sim J) \quad (11)$$

式(11)は、 $J \times J$ のマトリックス方程式になっており、これを解くことにより $f$  ( $j=1 \sim J$ )が決定できる。そしてこれら $f$ を式(9)に代入することにより $\Lambda_D$ が算定でき、式(1)を介して最終的に $\Phi_D$ が求まることになる。なお、上記のような算定において、 $G$ とその法線微分値は、 $(x_i, z_i) \rightarrow (X_j, Z_j)$ の条件下で各々対数型並びに逆数型の特異性を示すため特別な注意が必要となる。ここでは、既に著者等の中の一入<sup>2)</sup>が2次元波動場のGreen関数を対象にして明らかにしている手法を参照して $G$ およびその法線微分値の算定法を新たに導き、これを用いて算定した。

5. 透過率 $C_T$ 、反射率 $C_R$ の算定: 透過率と反射率は、4. で求めた $\Phi_D$ と入射波の速度ポテンシャル $\Phi_I$ を用いて各々式(11)、(12)により算定できる。

$$C_T = |(\Phi_D + \Phi_I) / \Phi_I|_{x \rightarrow +\infty, z=0} \quad (11)$$

$$C_R = |\Phi_D / \Phi_I|_{x \rightarrow +\infty, z=0} \quad (12)$$

6. 従来の算定結果との比較: 図-2, 3は、矩形堤の $C_T, C_R$ の算定結果をパラメータとして $ka$  ( $a$ : 矩形堤の長さの半分) をとり入射角 $\theta$ による変化で表すものである。図中には、有限要素法に基づくBai<sup>3)</sup>の $C_R$ の算定結果についても比較のため示す。これらの図より、透過率 $C_T$ は、入射角 $\theta$ が小さな範囲では $\theta$ に伴い増加し、その大きな範囲では逆に減少することが認められる。一方反射率 $C_R$ は、 $C_T$ と全く逆の変動傾向を示す。そして本解析法による $C_R$ の算定結果は、Baiによるものとよく一致しており、解析法の妥当性が検証されたものと言えよう。なお、本計算では矩形堤の断面曲線を20個の線素分に分割したものをを用いているのに対して、Baiによる計算では矩形堤まわりの流体領域を88個の面積要素に分割したものが用いられている。そしてこの事実から、本解析法がより効率的なものであることが理解されよう。

7. 結語: わき出し分布法に基づく解析法を用いて斜め入射波を受ける物体まわりの波浪境界値問題の解析が効率よくしかも精確に行なえる。ここで導いたGreen関数は、直角入射のみならず斜め入射の場合をも包含するより一般的なものである。

参考文献 1) John, F.: On the motion of floating bodies, I, Comm. Pure and Applied Math. Vol.3, pp. 45~101, 1950. 2) 中村幸幸: 浮体まわりの波浪境界値問題に関する解析法, 第30回海工論文集, pp. 410~414, 1983. 3) Bai, K. J.: Diffraction of oblique waves by an infinite cylinder, JFM, Vol.68, Part3, pp.513~535, 1975.

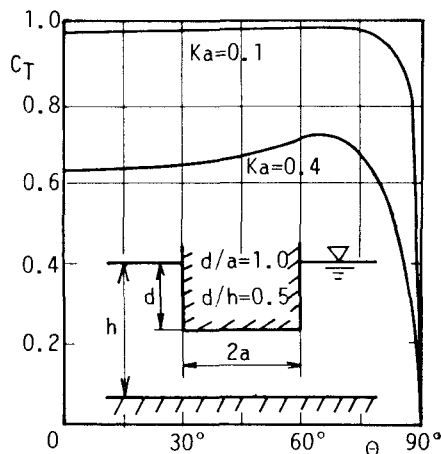


図-2 透過率の入射角による変化

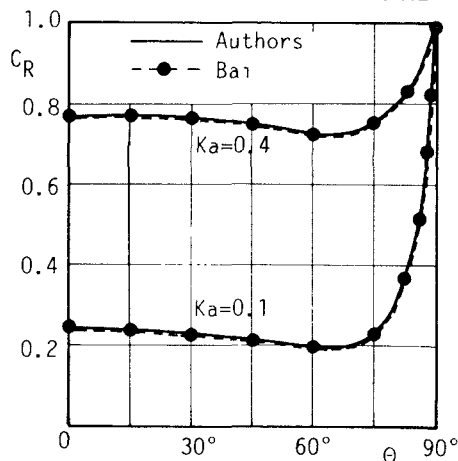


図-3 反射率の入射角による変化