

平面二次元流モデルによる変断面水路の洪水計算

広島大学工学部 正員 常松 芳昭
 広島大学大学院 学生員 ○前田 秀幸

1 まえがき

従来、不規則断面を有する実河道における洪水流の水利学的な追跡計算には一次元解析法に基づく数学モデルが使用されてきている。しかし、複雑な河道においては流れの三次元性から自ずと一次元解析法に限界があり、何らかの形で三次元的な影響を考慮に入れた実用計算法を開発する必要がある。このような観点からの研究の第一歩として、洪水流は水面幅に比べて水深がかなり小さい流れであると考えられるので、ここでは洪水流を平面二次元流としてモデル化し、これに基づいて洪水の二次元計算を行い、結果について報告する。

2. 平面二次元流モデル

水深方向へ柱状にとったコントロールボリュームに関して質量保存則と運動量保存則を適用して、二次元流の基礎方程式として次式を得る。

連続方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} M \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} N \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} = 0 \quad (1)$$

x方向運動方程式

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} u M \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} v M \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (2)$$

y方向運動方程式

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} u N \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} v N \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{gn^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (3)$$

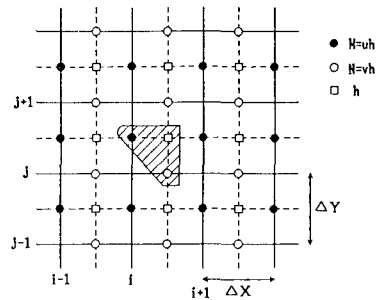


図-1 差分格子と変数の配置

ここに、 x : 流下方向の距離、 y : 横断方向の距離、 $\Delta x, \Delta y$: x, y 方向のコントロールボリュームの大きさ、 t : 時間、 u, v : x, y 方向の平均流速、 h : 水深、 H : 水位、 $M = uh$, $N = vh$: x, y 方向の流量フラックス、 n : 糙度係数、 g : 重力加速度、 i, j : それぞれ $x \sim y$ 平面での位置を表す添字である。

3. 基礎方程式の差分解法

基礎方程式(1)~(3)の離散化にあたっては、従属変数 M, N, h を図-1のように配置し、福岡らと同様な差分スキームを用いた。また、断面漸変部の境界形状は図-2のように差分式の計算が容易になるように階段形状で近似した。計算に用いた差分式は紙面の都合上省略するが、各時間ステップの収束計算の骨子を示せば次のようである。ただし、 n は時間ステップを示す添字である。

(i) $M^{n+1/2} = M^n, N^{n+1/2} = N^n, h^{n+1/2} = h^n$ と仮定し、差分式へ代入する。

(ii) 差分式を解き $M^{n+1}, N^{n+1}, h^{n+1}$ を求め、これらをそれぞれ $M^{n+1,R}, N^{n+1,R}, h^{n+1,R}$ とする。ただし、添字 R は当該時間ステップにおける反復計算の回数である。

(iii) $M^{n+1/2} = (M^n + M^{n+1,R})/2, N^{n+1/2} = (N^n + N^{n+1,R})/2, h^{n+1/2} = (h^n + h^{n+1,R})/2$ を再び差分式に代入、これを解いて $M^{n+1,R+1}, N^{n+1,R+1}, h^{n+1,R+1}$ を求める。

(iv) $M_{i,j}^{n+1,R+1} \doteq M_{i,j}^{n+1,R}, N_{i,j}^{n+1,R+1} \doteq N_{i,j}^{n+1,R}, h_{i,j}^{n+1,R+1} \doteq h_{i,j}^{n+1,R}$ がすべての i, j に対して成立するまで(iii)を反復する。

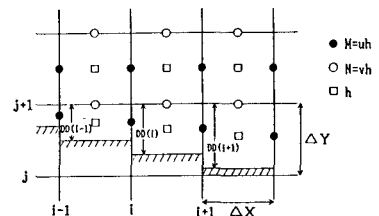


図-2 水路漸変部の境界形状

4. 数値計算例

(1) 水路諸元と境界条件ならびに初期条件

対象とした変断面水路は図-3に示すような長方形断面の漸拡水路であり、その上下流に長方形断面一様水路が連結している。水路の粗度係数はいずれも $n=0.03$ 、勾配は $S=1/1000$ である。

次に、境界条件は上流端($i=1$)と下流端($i=61$)で与える必要があるが、 $i=1$ では流れを一次元的に取り扱い、図-4に示す流量ハイドログラフを与えた。また、 $i=1$ での Δy 毎の分割断面に対する流量フラック又はマンニングの等流公式を利用して算定した流量の横断分布を基にして与えた。 $i=61$ では水深を与えたが、これには、下流へ無限に一様水路が延長されていると仮定し、一次元解析法によって上流端の境界流量を追跡して得た下流端での水深ハイドログラフを用いた。なお、水路側壁の境界では $N=0$ とする。

一方、初期条件は次のようにして与えた。すなわち、与えられた初期定常流量と下流端水深に対して一次元不等流計算を行い、得られた u と h の値と $v=0$ とを二次元計算の初期条件を定める第一近似値として、基礎方程式の差分式を上流端流量と下流端水深は一定のままの条件下で収束計算する。このようにして得られた定常解を初期条件とした。実際に用いた時間ステップ Δt は計算の安定のためCourant-Friedrichs-Lewyの条件を満足するように3秒を用いた。また、格子の間隔には $\Delta x=75m$ 、 $\Delta y=50m$ を使用した。

(2) 計算結果

$i=60$ の地点における流量ハイドログラフを示した図-4から、漸拡部を通過する洪水波の変形は一様水路におけるそれと類似していることが分る。図-5は漸拡部における横断方向の水面形状を断面中央の水位を基準としたときの水位差で表示したものである。この図より漸拡部入口($i=20$)と中間($i=25$)では水路中央部の水位が側壁付近よりも高いが、漸拡部直下流($i=31$)では逆に水路の中央部より側壁での水位が高くなっていることが知られる。また、横断方向の水位差は高々数cmでしかないことも分る。図-6は漸拡部における流量増大時の u と h の変化を横断位置 j について示したものであるが、 h は u とほぼ比例関係にあることが伺われる。このような漸拡水路における洪水流の二次元的挙動は定性的には評価できるものの、定量的にはまだ問題があり、今後さらに検討する必要がある。

5. あとがき

平面二次元流モデルを用いて漸拡水路における洪水流の二次元的挙動をシミュレートしたが、定量的把握に至るまでには、計算技術上なお改良、工夫すべき余地があると考ええる。最後に、計算等を手伝っていただいた広島大学学生(現在広島市)の木村良一君に謝意を表します。

〈参考文献〉 1)岩佐・井上・水鳥:氾濫水の水利の数値解析法,京大防災研究所年報,第23号B-2,1980.
2)福岡・角田・鈴木・半沢:変断面河道における洪水流の水利解析と等価粗度係数,土木学会論文集II,第363号,1985.
3)土木学会:水利公式集,昭和60年版。

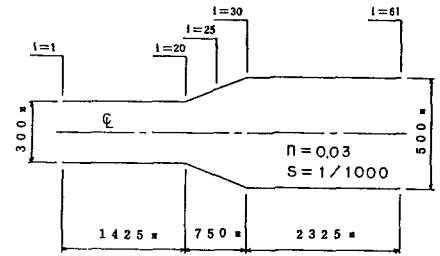


図-3 水路の平面形状

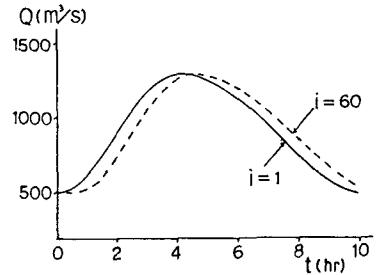


図-4 流量ハイドログラフ

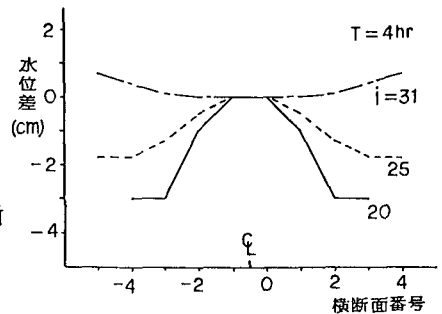
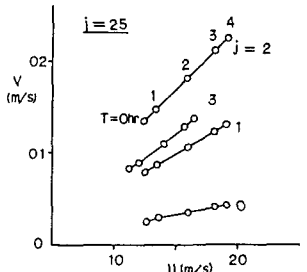


図-5 横断方向の水面形

図-6 u と h の時間的变化